コンピュータグラフィックス

第6回

モデリング技法１

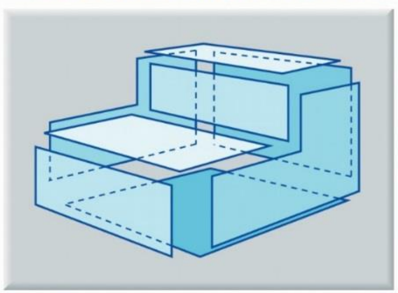
～3次元形状表現 ～

理工学部　兼任講師
藤堂 英樹

本日の講義内容

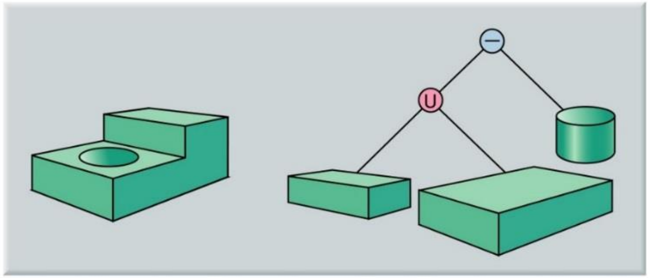
- モデリング技法1
  - 様々な形状モデル
  - 曲線・曲面

■図3.3――サーフェスモデルの概念図（実際には面どうしは接続しているが、内部が空洞であることを示すために離して描いてある）



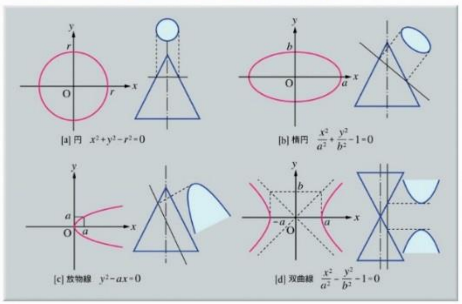
「コンピュータグラフィックス」2004年／財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.7――CSG による表現



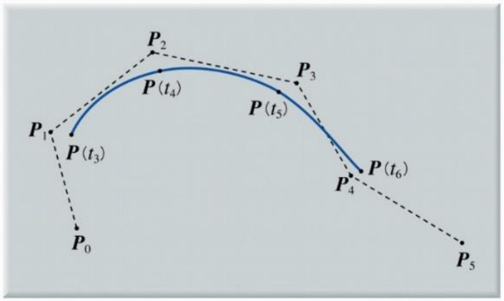
「コンピュータグラフィックス」2004年／財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.20――円錐の断面と2次曲線



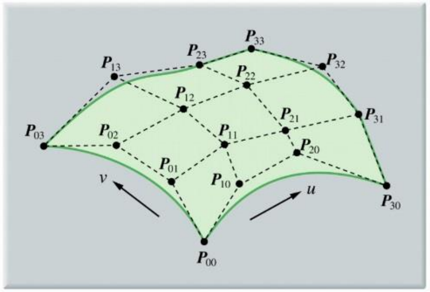
「コンピュータグラフィックス」2004年／財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.27――一様3次Bスプライン曲線



「コンピュータグラフィックス」2004年／財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

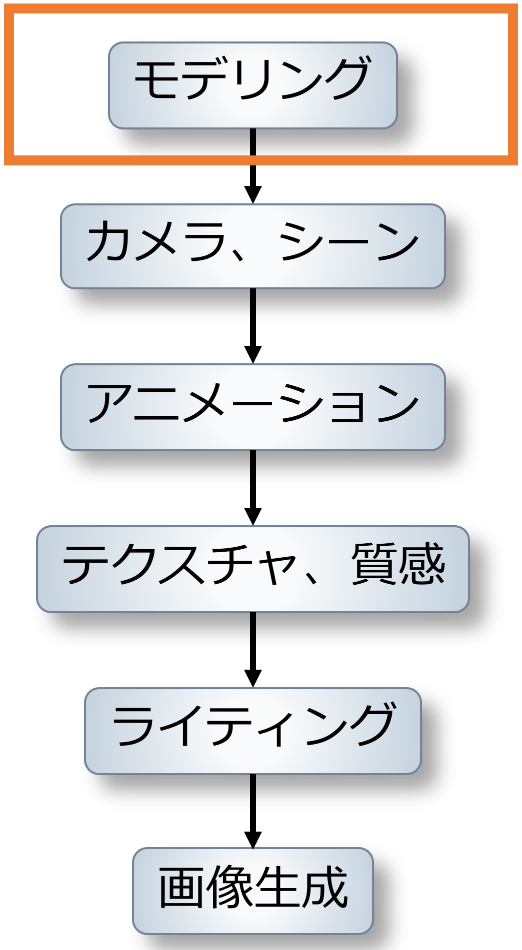
■図3.37――双3次ベジエ曲面



「コンピュータグラフィックス」2004年／財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

CG制作の主なワークフロー

■3DCGソフトウェアの場合



形状作成関連

- 実写での形状作成(**ストップモーションアニメ**)
  - **モデリング**：人形の形状作成
  - **ポーズ付け**：動きの１コマをデザイン
  - **アニメーションの作成**

モデリング　　ポーズ付け　　最終映像

形状作成関連

- 実写での形状作成
  - モデリング
  - ポーズ付け
  - アニメーションの作成

- CGでの形状作成でも基本は同じ工程
  - **作成方法**
  - **データ表現**
    ⇒CGソフトウェアにより異なる

形状を作成するソフトウェア

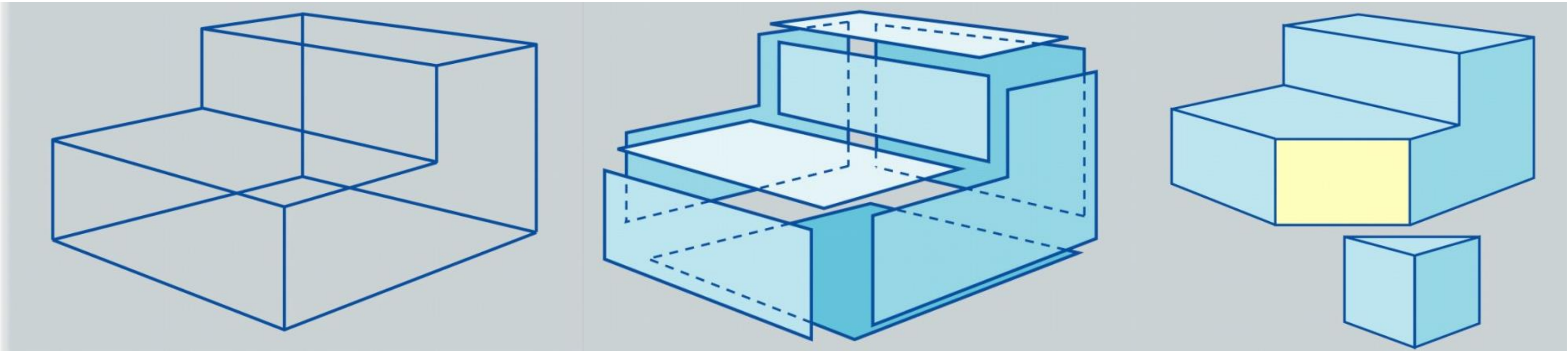
- メタセコイア
  - **頂点ベース**の編集操作
  - 頂点を指定して面をはっていく
  - **面の流れ**をデザインしやすい

- Sculptris
  - **球を変形**して形状をデザイン
  - 粘土をこねるように変形していく
  - **複雑な変形**が可能

形状モデルの種類

■一般的な形状モデルの種類

- ワイヤーフレームモデル
- サーフェスモデル
- ソリッドモデル



ワイヤーフレームモデル
(稜線情報)

サーフェスモデル
(面情報)

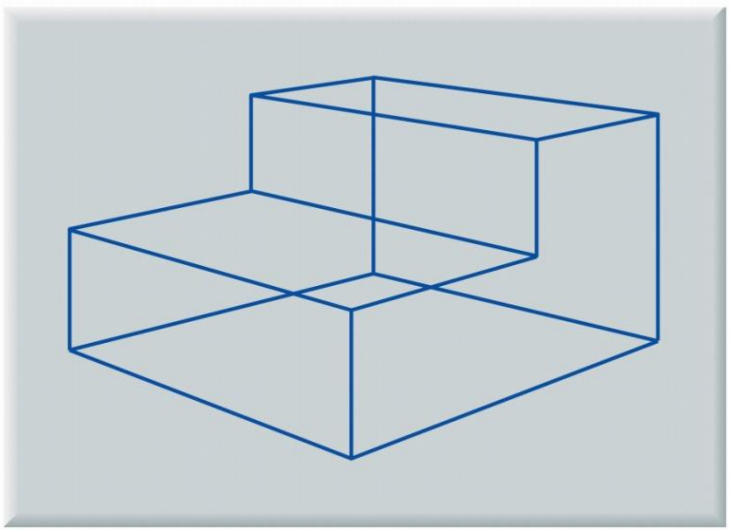
ソリッドモデル
(立体の内部情報)

ワイヤーフレームモデル

■稜線による立体の表現

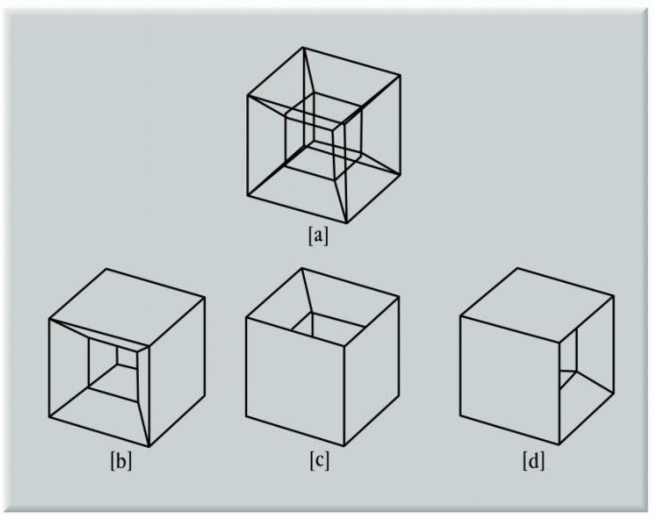
- 頂点同士の接続関係で表現
- 最も簡単な表示手法
- **面や立体の内部情報を持たない**

■図3.1——ワイヤフレームモデルの概念図



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.2——立体を一意に表現できない例



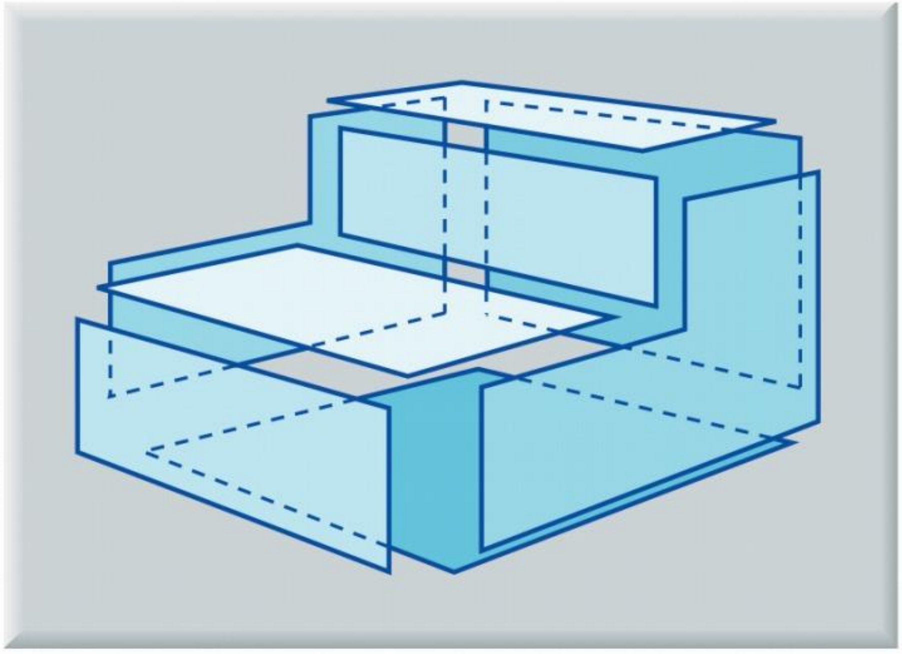
（鳥谷・千代倉『3次元CADの基礎と応用』共立出版）

「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

サーフェスモデル

- ワイヤーフレーム＋**面情報**
  - 一般的な形状データ
  - 隠線消去
  - 隠面消去
  - 面の陰影表示
  - **立体の内部情報を持たない**

■図3.3――サーフェスモデルの概念図（実際には面どうしは接続しているが，内部が空洞であることを示すために離して描いてある）

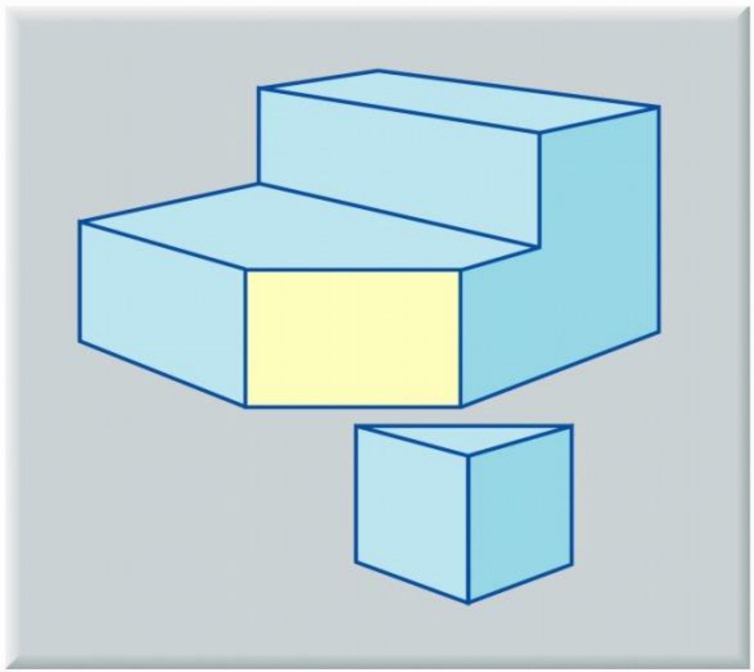


「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

ソリッドモデル

- サーフェスモデル+**中身の情報**
  - 物体の内外を区別する情報
  - 和・積・差の集合演算
  - 体積の計算

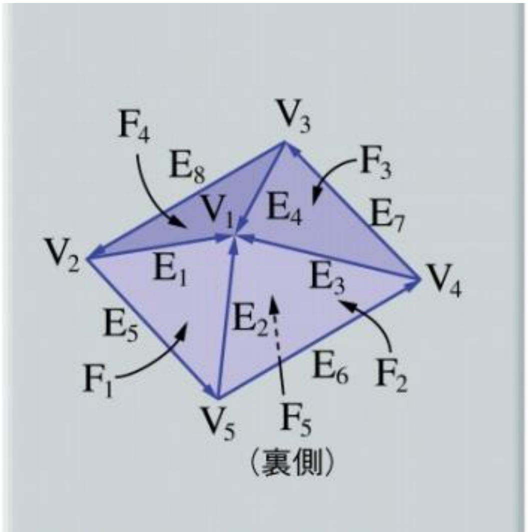
■図3.4——ソリッドモデルの概念図（内部が空洞ではなく詰まった状態なので，切ると断面が生じる）



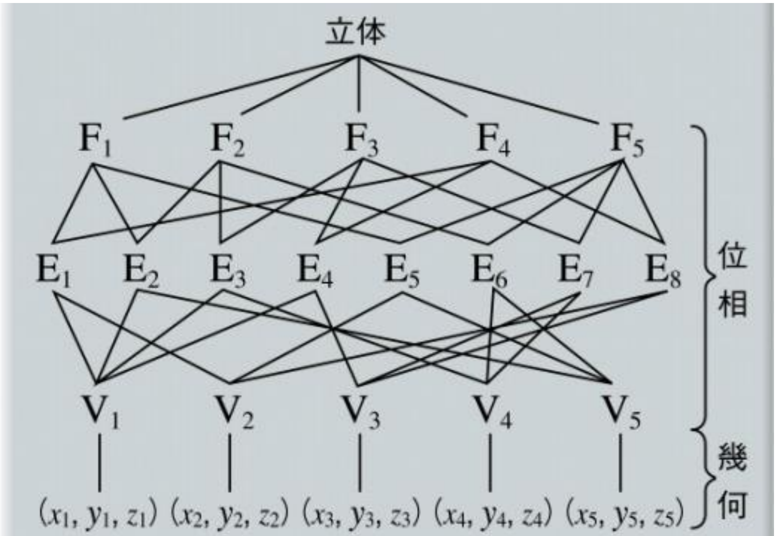
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

境界表現

- モデル表面を構成する要素
  - 基本要素：頂点，稜線，面のデータ
  - 位相：接続関係のグラフ
  - 幾何：頂点の座標値の部分



V_i, E_i, F_i はそれぞれ頂点，稜線，面を表し，矢印は稜線につけた方向を示す

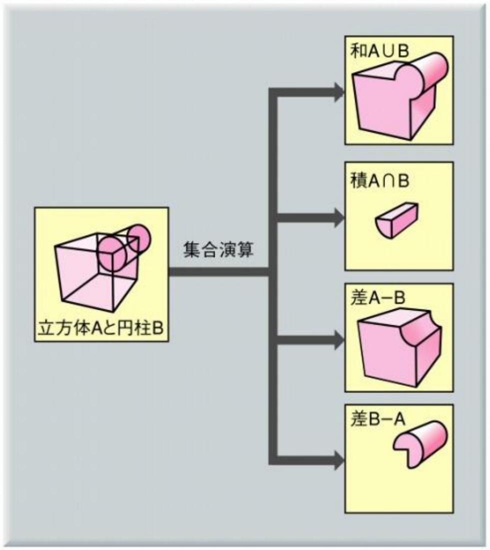


頂点V_iの位置を(x_i, y_i, z_i)とする

CSG表現

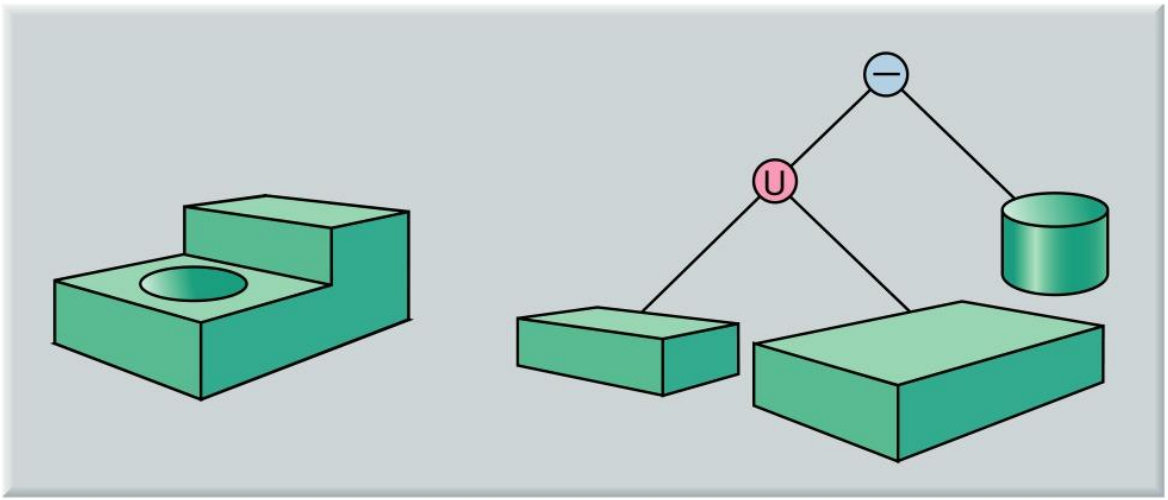
■CSG (Constructive Solid Geometry)
- プリミティブの集合演算
- プリミティブ：直方体，円柱，球等
- 集合演算：和，積，差

■図3.6——集合演算の例



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.7——CSG による表現

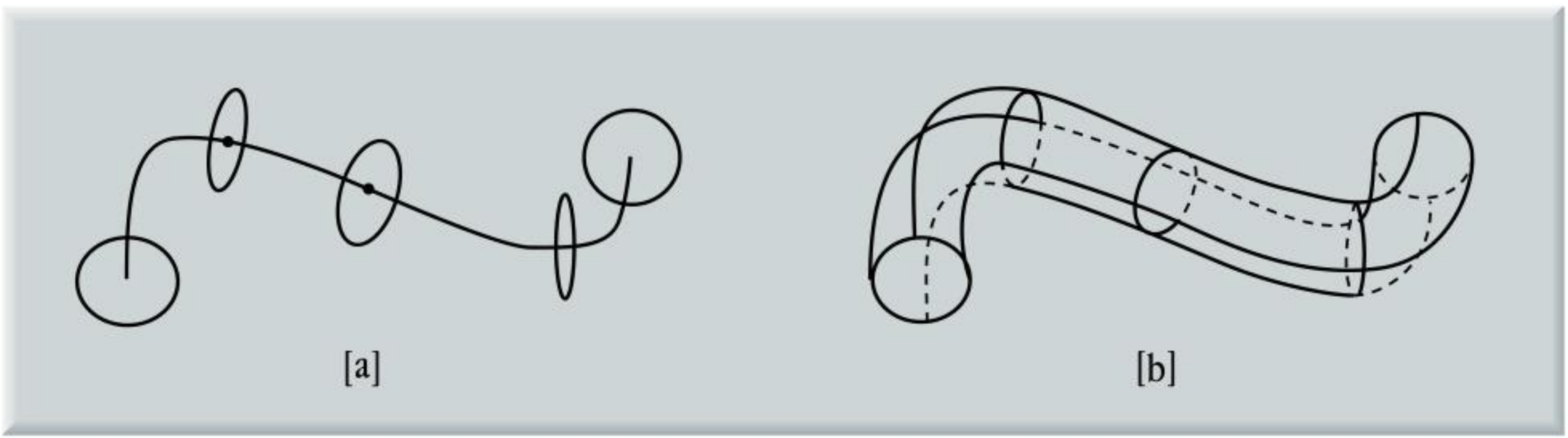


「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

スイープ表現

- 断面と軌道により形状を表現
  - 軌道に沿って断面を配置
    ⇒断面の間に曲面を貼り付ける

■図 3.8——スイープ表現による立体の生成

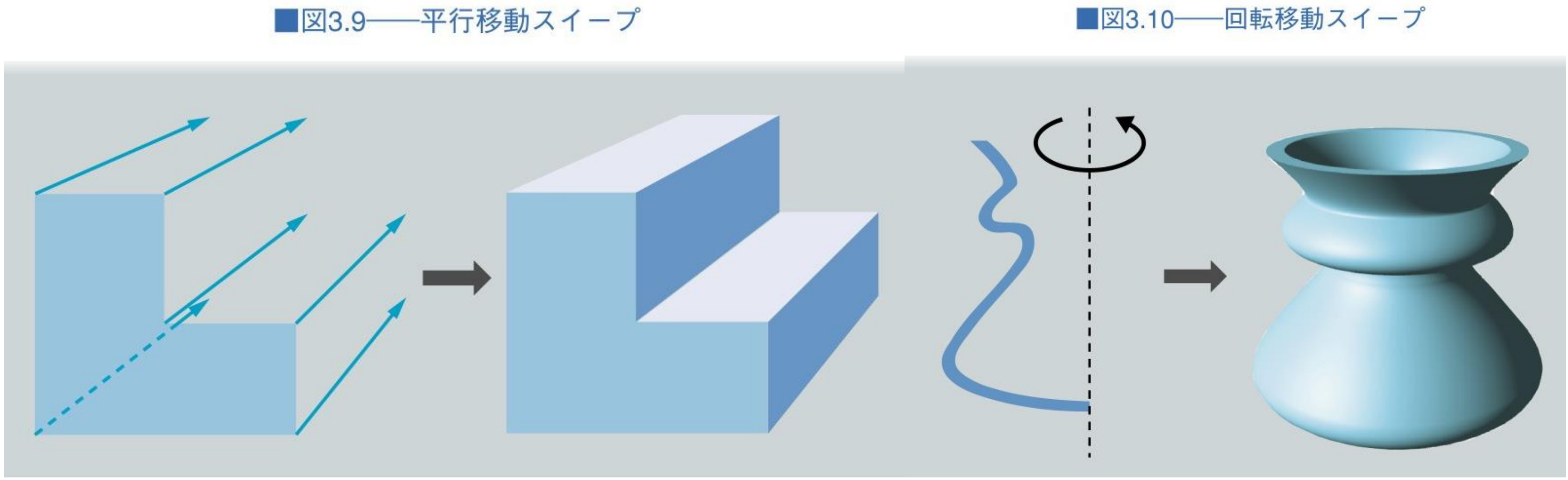


(鳥谷・千代倉『3次元 CAD の基礎と応用』共立出版)

「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

スイープ表現

- 断面と軌道により形状を表現
  - 平行移動スイープ
  - 回転移動スイープ



境界表現のデータ構造

- 頂点の座標＋面を構成する頂点番号
  - 面を構成する頂点の個数が固定できない
  - 稜線と面の接続関係が分からない

■図3.11——最も簡単な境界表現のデータ構造（図3.5 [a]を表現した例）

頂点	座標値		
V_1	x_1	y_1	z_1
V_2	x_2	y_2	z_2
V_3	x_3	y_3	z_3
V_4	x_4	y_4	z_4
V_5	x_5	y_5	z_5

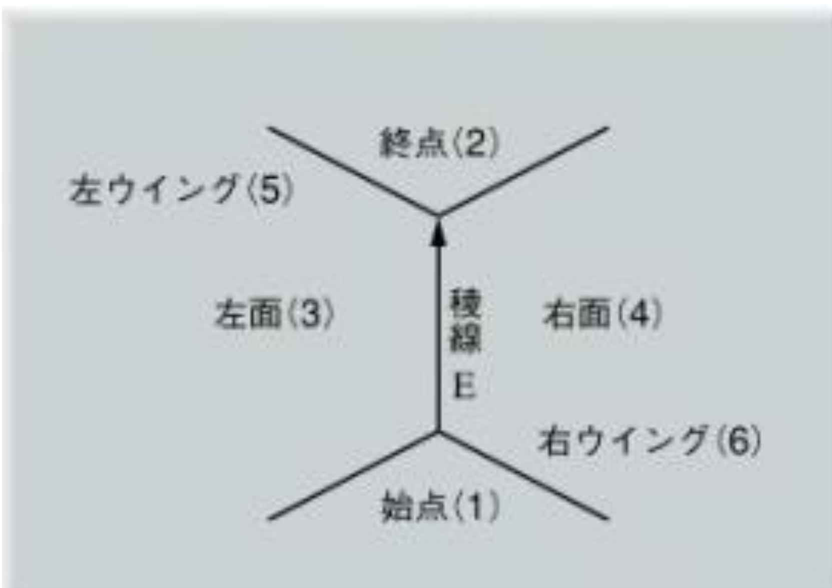
[a] 頂点データ

面	頂点			
F_1	V_1	V_2	V_5	
F_2	V_1	V_5	V_4	
F_3	V_1	V_4	V_3	
F_4	V_1	V_3	V_2	
F_5	V_2	V_3	V_4	V_5

[b] 面データ

ウイングドエッジ

■稜線＋頂点＋面データ
- 頂点：座標値＋稜線番号
- 稜線：位相構造
- 面：法線ベクトル+稜線番号



[a] 稜線Eを中心に見た頂点・面・稜線の接続関係

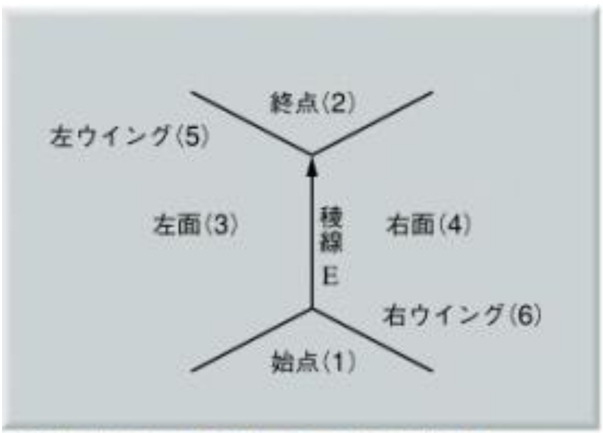
頂点	座標値			稜線
V_1	x_1	y_1	z_1	E_1
V_2	x_2	y_2	z_2	E_5
V_3	x_3	y_3	z_3	E_4
V_4	x_4	y_4	z_4	E_3
V_5	x_5	y_5	z_5	E_2

[b] 頂点データ（稜線の欄では，その頂点を始点または終点とする稜線のうちの1本

ウイングドエッジ

■稜線＋頂点＋面データ

- 頂点：座標値＋稜線番号
- 稜線：位相構造
- 面：法線ベクトル+稜線番号



[a] 稜線Eを中心に見た頂点・面・稜線の接続関係

	頂点		面		稜線	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
E_1	V_2	V_1	F_4	F_1	E_4	E_5
E_2	V_5	V_1	F_1	F_2	E_1	E_6
E_3	V_4	V_1	F_2	F_3	E_2	E_7
E_4	V_3	V_1	F_3	F_4	E_3	E_8
E_5	V_2	V_5	F_1	F_5	E_2	E_8
E_6	V_5	V_4	F_2	F_5	E_3	E_5
E_7	V_4	V_3	F_3	F_5	E_4	E_6
E_8	V_3	V_2	F_4	F_5	E_1	E_7

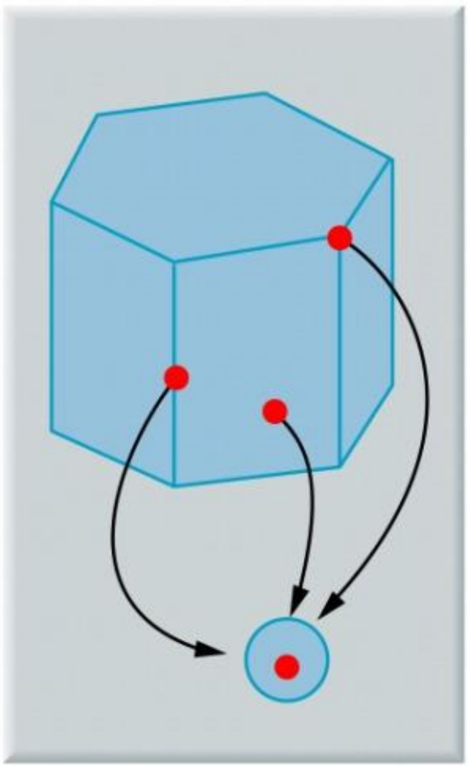
[c] 稜線データ

	法線ベクトル			稜線
F_1	n_{1x}	n_{1y}	n_{1z}	E_1
F_2	n_{2x}	n_{2y}	n_{2z}	E_2
F_3	n_{3x}	n_{3y}	n_{3z}	E_3
F_4	n_{4x}	n_{4y}	n_{4z}	E_4
F_5	n_{5x}	n_{5y}	n_{5z}	E_5

[d] 面データ（面F_1の法線ベクトルを（n_{1x}, n_{1y}, n_{1z}）とする稜線の欄では，その面を構成する稜線のうちの1本を示す）

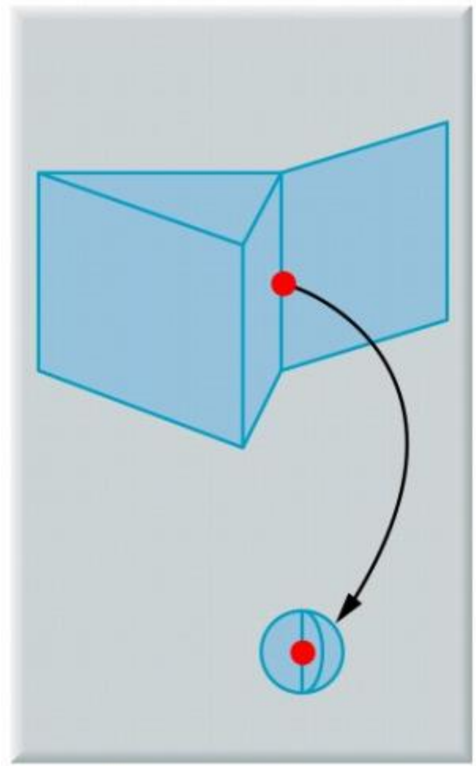
二多様体と非多様体

一般的な
ソリッドモデル

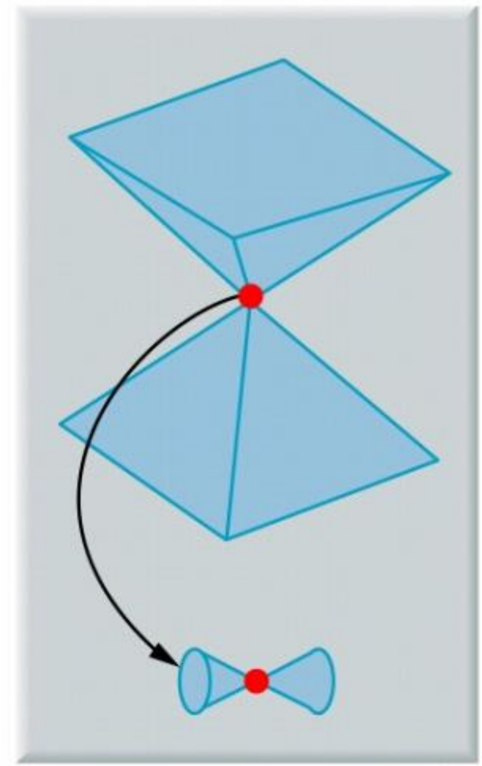


[a] 二多様体（近傍が円盤と同じ）

ソリッドモデルとしては
あまり扱われない



[b] 非多様体（近傍が円盤に壁を立てたものと同じ）

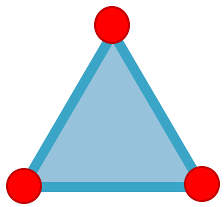


[c] 非多様体（近傍が2つの円錐を頂点で合わせたものと同じ）

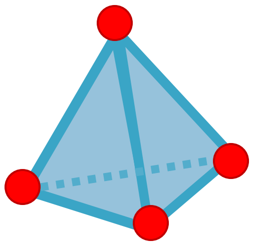
オイラーの公式

■面に穴を含まない二多様体の公式

- $v - e + f = 2$
- v ：頂点の数
- e ：稜線の数
- f ：面の数



$3 - 3 + 1 = 1$
$(v - e + f = 1)$



$4 - 6 + 4 = 2$
$(v - e + f = 2)$

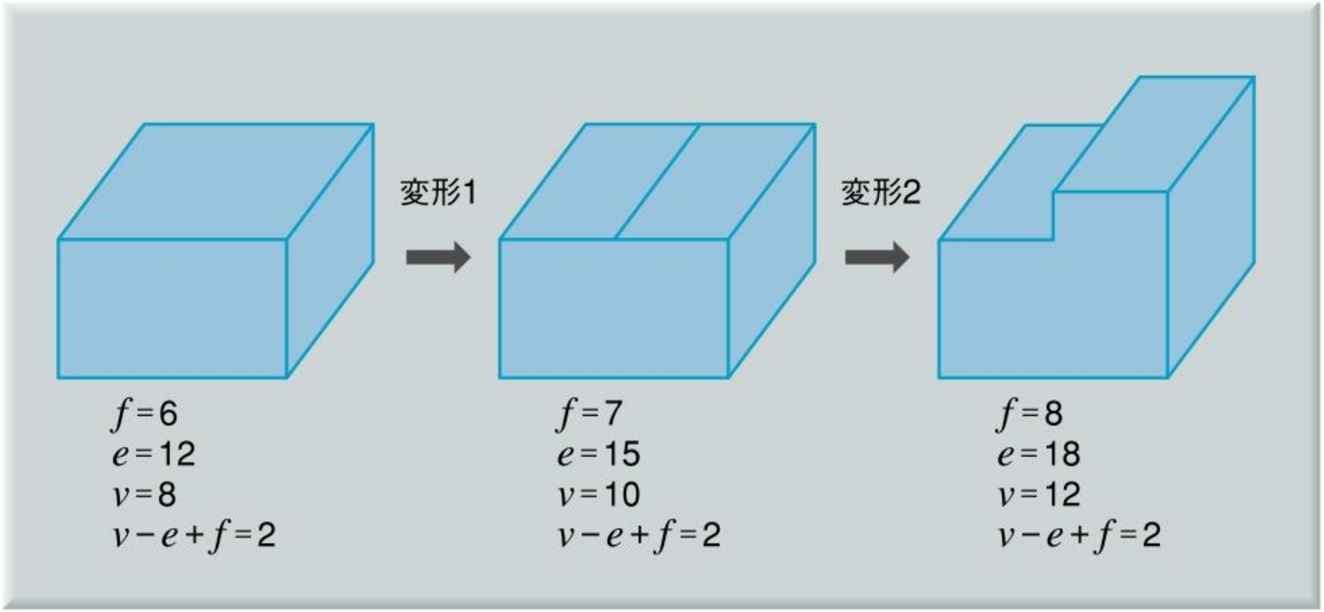
■オイラー操作(局所変形)

- **オイラーの公式を保持**して変形する操作

オイラー操作

- L字型立体の生成
  - 変形１：面の２分割
  - 変形２：面の押し出し

■図3.14――オイラー操作の例

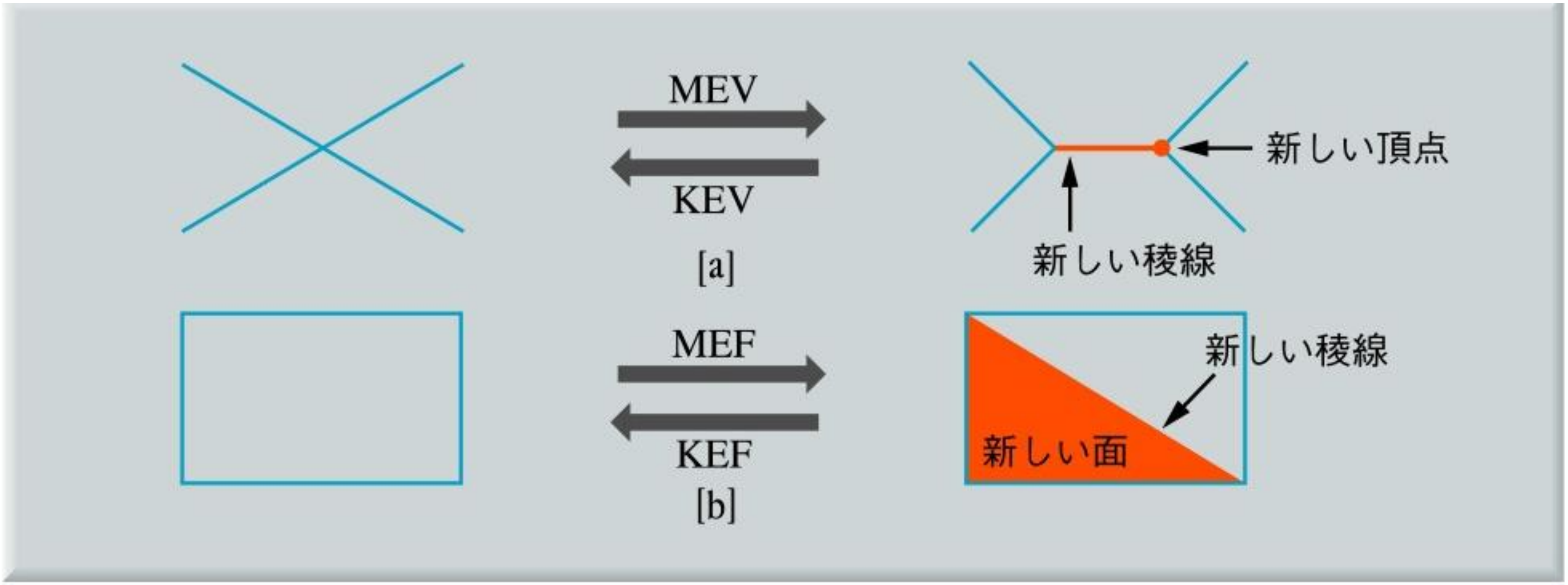


「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

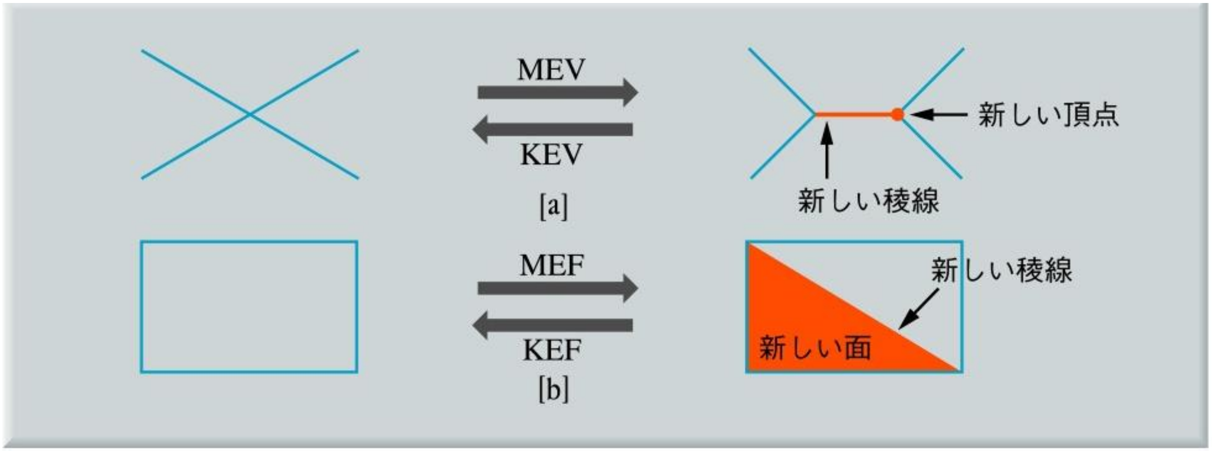
オイラー操作の例

- MEV(Make Edge Vertex):新しい頂点と稜線を追加
- KEV(Kill Edge Vertex)：頂点と稜線を削除

- MEF(Make Edge Face)：新しい面と稜線を追加
- KEF(Kill Edge Face)：面と稜線を削除



オイラー操作の例

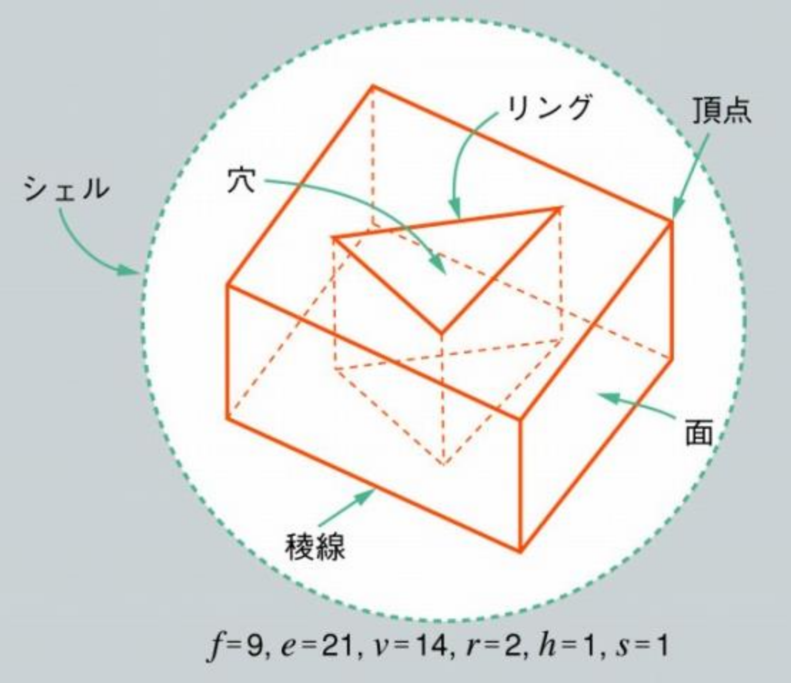


オイラー操作	v	$-$	e	$+$	f	$=$	2
MEV	1	$-$	1			$=$	0
KEV	(-1)	$-$	(-1)			$=$	0
MEF		$-$	1	$+$	1	$=$	0
KEF		$-$	(-1)	$+$	(-1)	$=$	0

穴を考慮したオイラーの公式

■CADモデルで使われているオイラーの公式

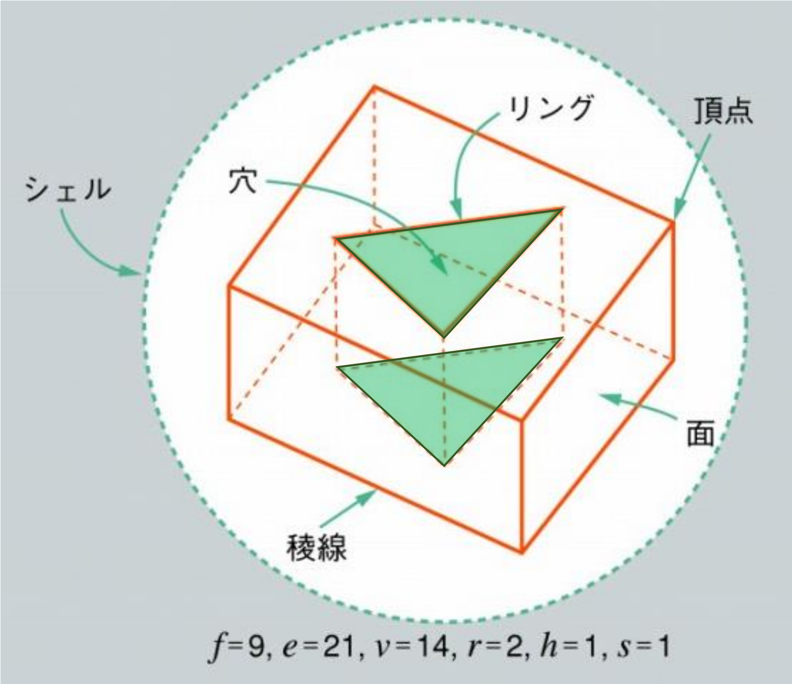
- $v - e + f - r = 2(s - h)$
- r ：リング(面に含まれる穴)
- s ：シェル(物体の連結成分)
- h ：穴(物体を貫通する穴)



穴を考慮したオイラーの公式

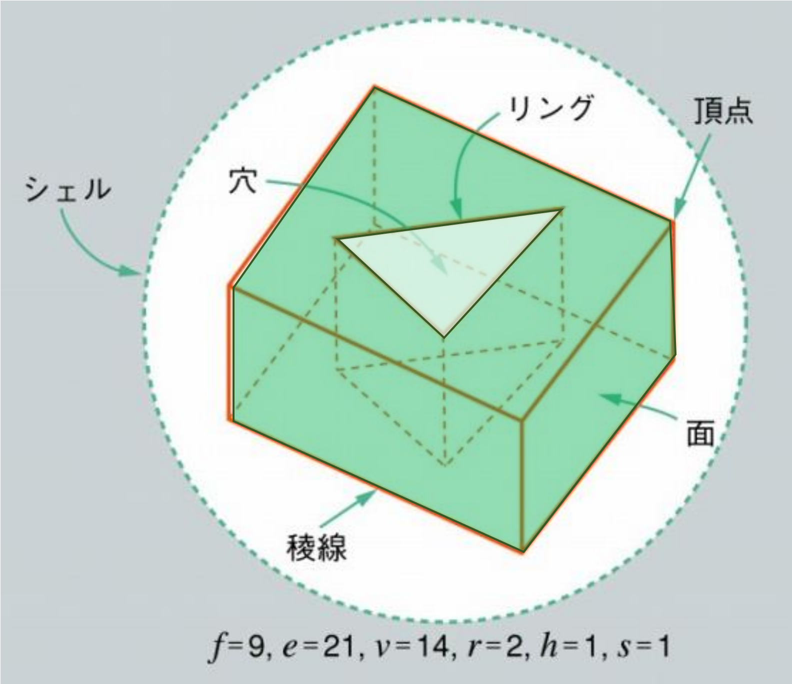
■CADモデルで使われているオイラーの公式

- $v - e + f - r = 2(s - h)$
- r ：リング(面に含まれる穴)
- s ：シェル(物体の連結成分)
- h ：穴(物体を貫通する穴)



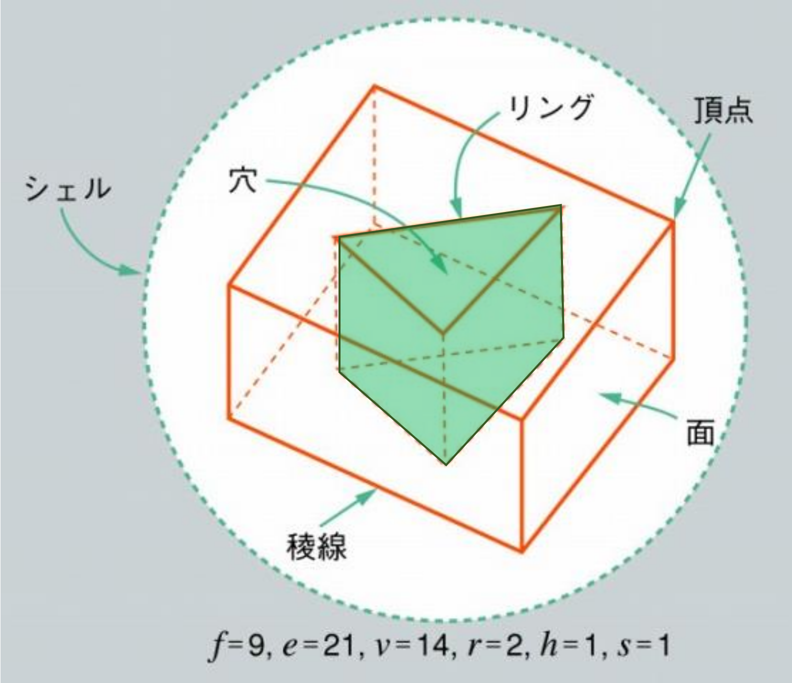
穴を考慮したオイラーの公式

- CADモデルで使われているオイラーの公式
  - $v - e + f - r = 2(s - h)$
  - r ：リング(面に含まれる穴)
  - s ：シェル(物体の連結成分)
  - h ：穴(物体を貫通する穴)

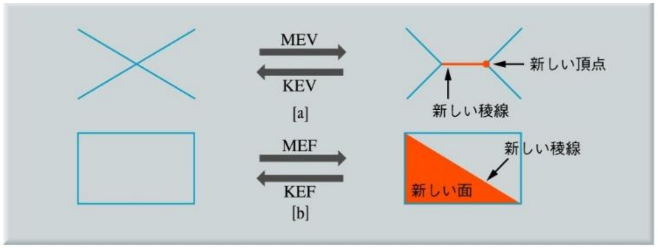


穴を考慮したオイラーの公式

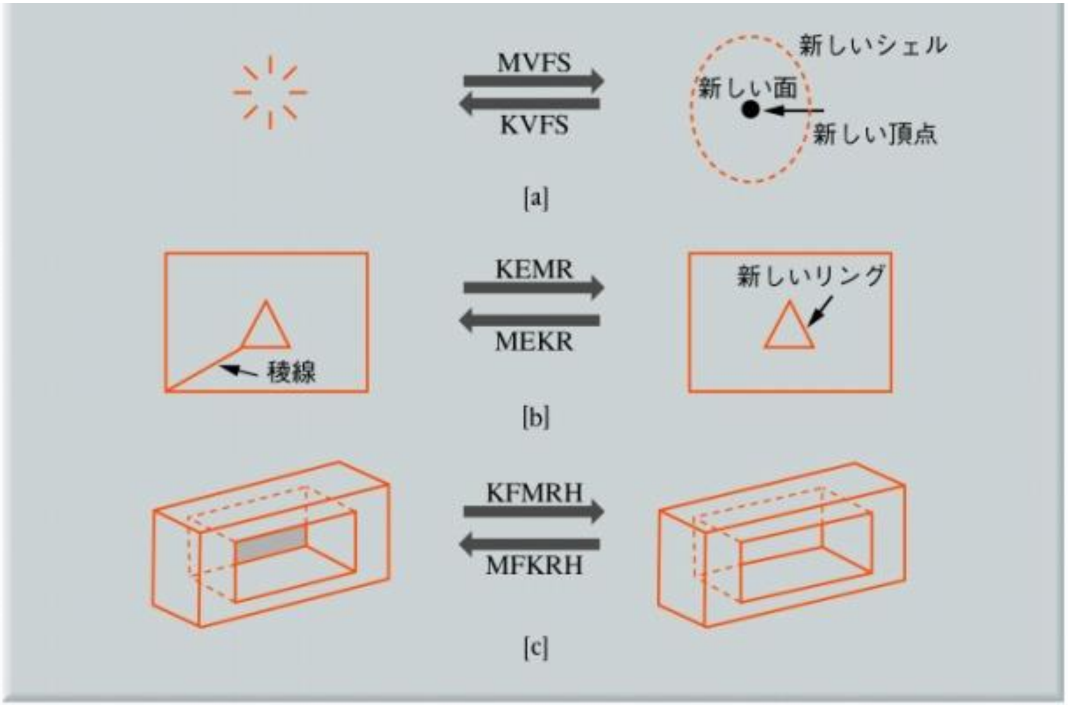
- CADモデルで使われているオイラーの公式
  - $v - e + f - r = 2(s - h)$
  - r ：リング(面に含まれる穴)
  - s ：シェル(物体の連結成分)
  - h ：穴(物体を貫通する穴)



拡張したオイラー操作



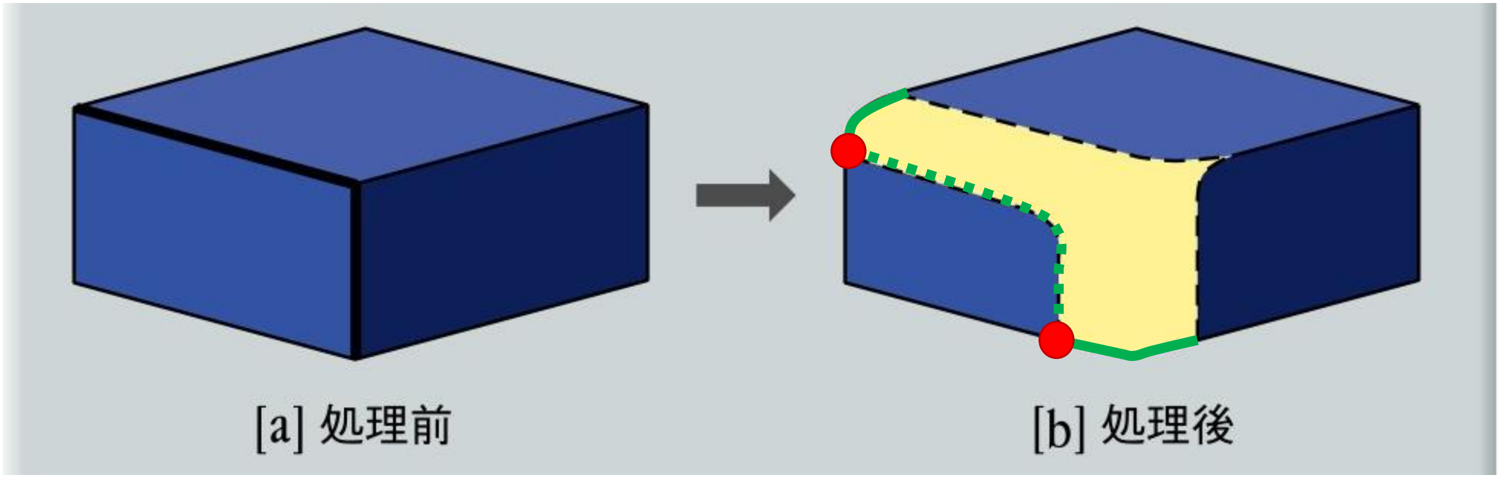
オイラー操作	v	−	e	+	f	=	2
MEV	1	−	1			=	0
KEV	(−1)	−	(−1)			=	0
MEF		−	1	+	1	=	0
KEF		−	(−1)	+	(−1)	=	0



	オイラー操作	意味	オイラー操作	意味
[a]	MVFS	Make Vertex Face Shell	KVFS	Kill Vertex Face Shell
[b]	KEMR	Kill Edge Make Ring	MEKR	Make Edge Kill Ring
[c]	KFMRH	Kill Face Make Ring Hole	MFKRH	Make Face Kill Ring Hole

CADシステムでの変形操作例

- 丸め変形操作
  - オイラー操作(位相)
    - 頂点，面，稜線の追加
  - 幾何的操作
    - 頂点の移動，(稜線の変形)



曲線・曲面の表現形式

- 陽関数形式
  - $y = f(x)$ (座標値の関数)

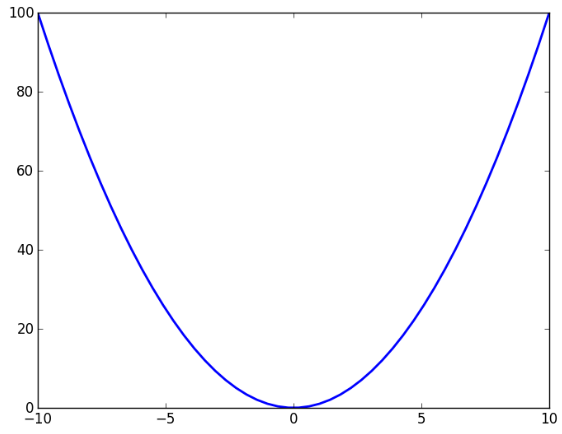
- 陰関数形式
  - $f(x, y) = 0$ (関数を陰に用いる)

- パラメータ形式
  - $x = f(t), y = g(t)$ (パラメータの関数)

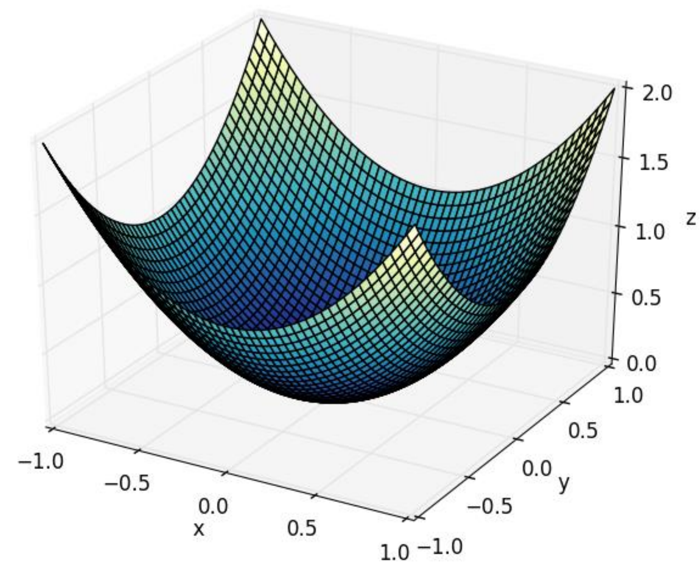
陽関数形式

- 座標値を他の**座標値の関数**で表す形式
  - 平面曲線： $y = f(x)$
  - 曲面： $z = f(x, y)$

- 例



放物線： $y = x^2$

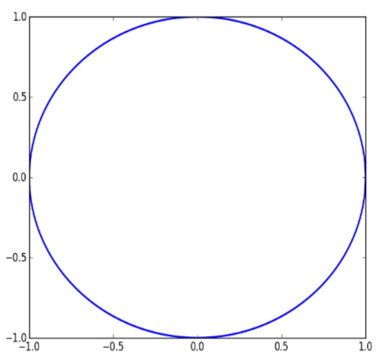


回転放物面： $z = a^2(x^2 + y^2)$

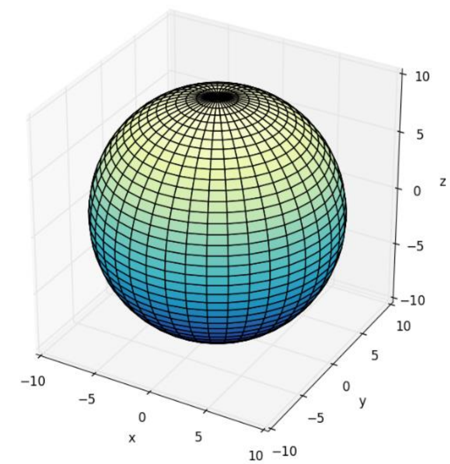
陰関数形式

- **関数を陰に用いて**($f=0$)曲線や曲面を定義
  - 平面曲線： $f(x,y)=0$
  - 空間曲線： $f(x,y,z)=g(x,y,z)=0$
  - 曲線： $f(x,y,z)=0$

- 例：



円：
$f(x,y)=x^2+y^2-r^2=0$

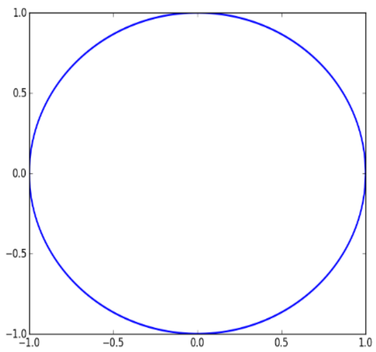


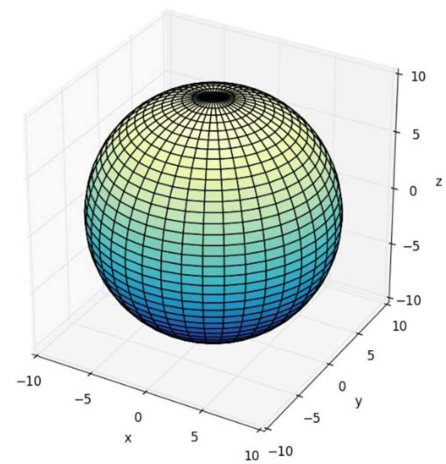
球面：
$f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2-r^2=0$

パラメータ形式

- 個々の座標を**パラメータの関数**として表現
  - 平面曲線： $x = f(t), y = g(t)$
  - 空間曲線： $x = f(t), y = g(t), z = h(t)$
  - 曲面： $x = f(u, v), y = g(u, v), z = h(u, v)$

- 例：





円：

$x = r\cos t, y = r\sin t,$
$0 \leq t \leq 2\pi$

球面：

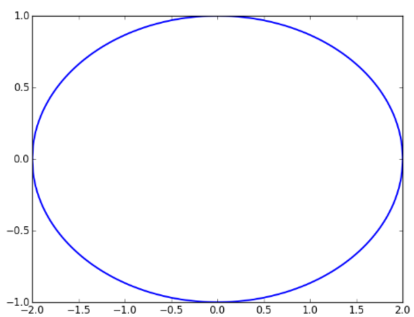
$x = r\cos u\cos v, y = r\sin u\cos v$
$z = r\sin v, 0 \leq u \leq 2\pi, 0 \leq v \leq 2\pi$

2次曲線

■２次多項式を用いた陰関数形式

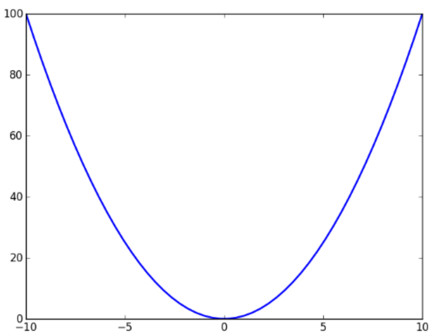
- $ax^2 + by^2 + c + 2dxy + 2ex + 2fy = 0$

■例：



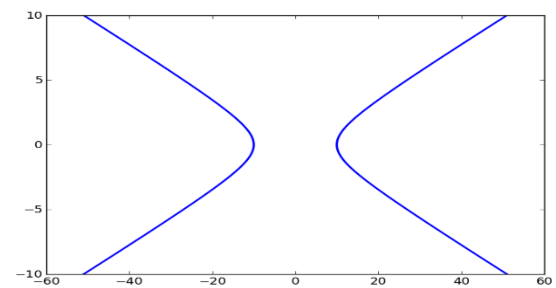
楕円：

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0 \ (a, b > 0)$



放物線：

$y - ax^2 = 0$

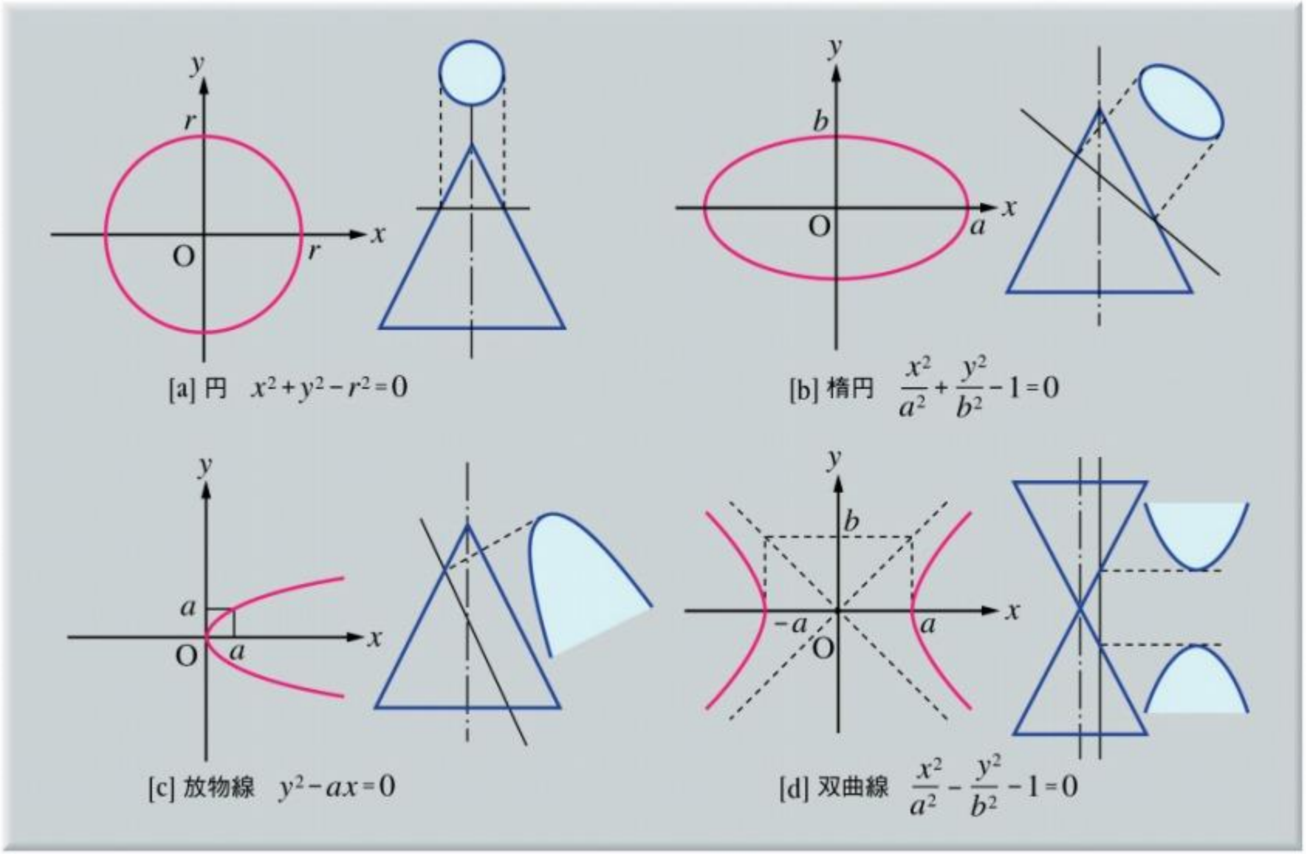


双曲線：

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0 \ (a, b > 0)$

2次曲線

■図3.20——円錐の断面と2次曲線



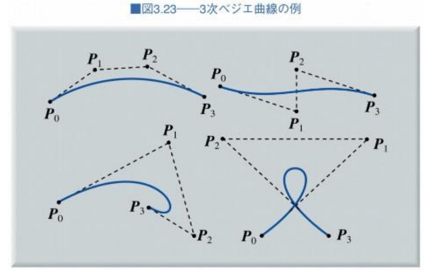
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

パラメトリック曲線

- 座標が**パラメータ*t*の関数**で表現された曲線
  - $C = F(t)$
  - 曲線の単位を**セグメント**と呼ぶ
  - 複数の曲線を混ぜ合わせた曲線を**複合曲線**と呼ぶ

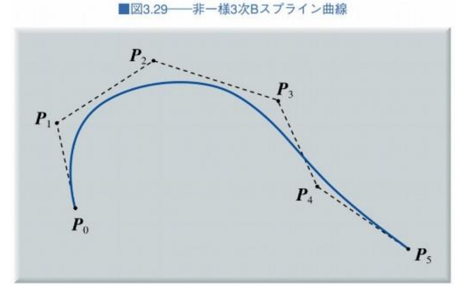
- 種類
  - ベジェ曲線
  - Bスプライン曲線
  - 有理ベジェ曲線
  - NURBS曲面

■図3.23――3次ベジエ曲線の例



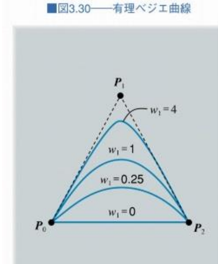
「コンピュータグラフィックス」2004年／財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.29――非一様3次Bスプライン曲線



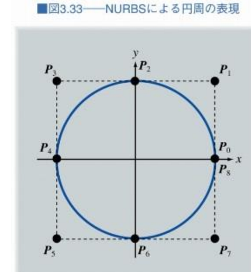
「コンピュータグラフィックス」2004年／財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.30――有理ベジエ曲線



「コンピュータグラフィックス」2004年／財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.33――NURBSによる円周の表現

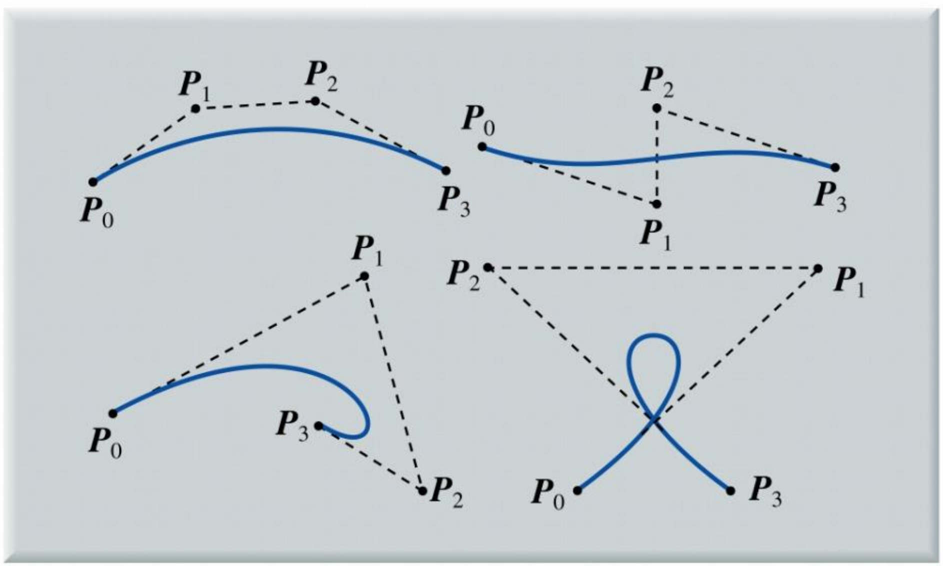


「コンピュータグラフィックス」2004年／財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

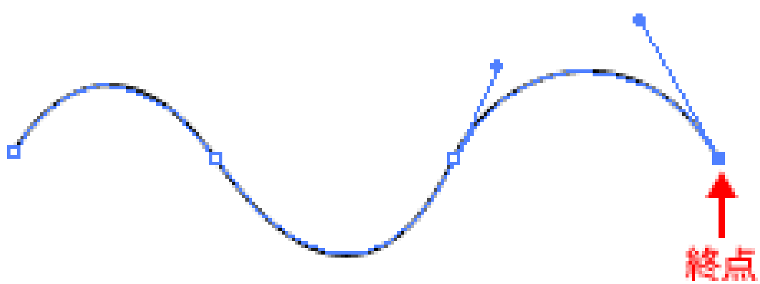
ベジェ曲線

- 複数の制御点で**１セグメントの曲線**を定義
  - 制御点が4個の**3次ベジェ曲線**が一般的
  - 複数セグメントで曲線をデザイン
  - **２次曲線や複合曲線を表現できない**

■図3.23――3次ベジエ曲線の例



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

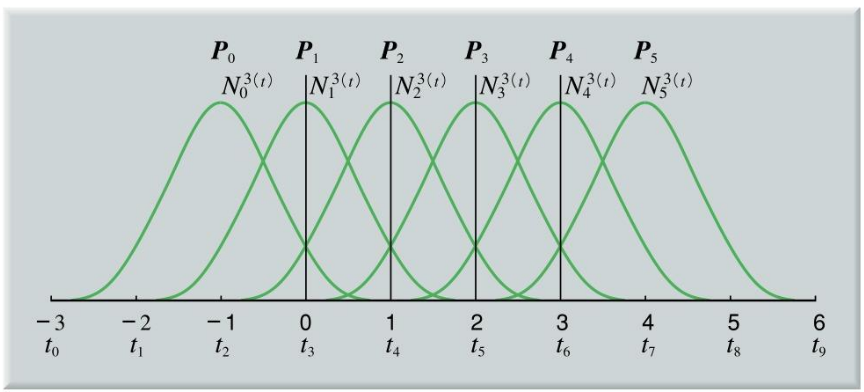


複数セグメントによる
曲線のデザイン
© Adobe Illustrator

Bスプライン曲線

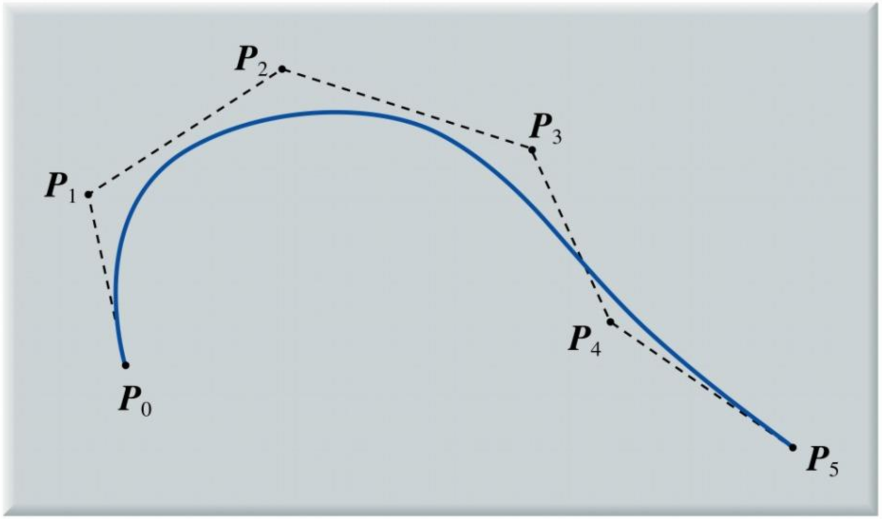
- **複合曲線**を表現可能
  - 制御点
  - **ノット列**
  - **２次曲線は表現できない**

■図3.28——一様3次Bスプライン基底関数のグラフ



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.29——非一様3次Bスプライン曲線

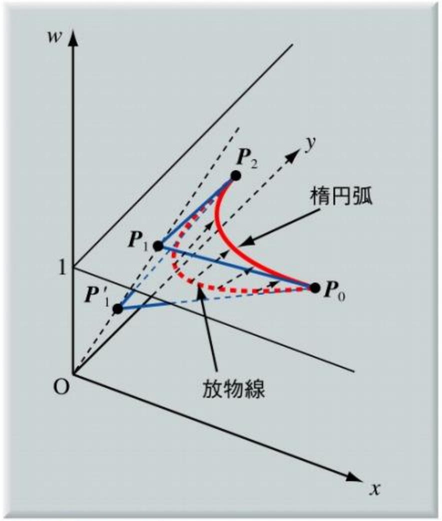


「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

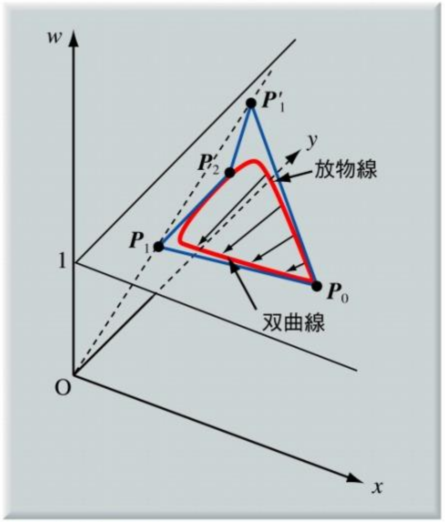
有理ベジェ曲線

- 1 セグメントの **2 次曲線**を表現可能
  - 制御点
  - **制御点の重み**
  - **複合曲線は表現できない**

■図3.32——平面w=1に投影したベジエ曲線



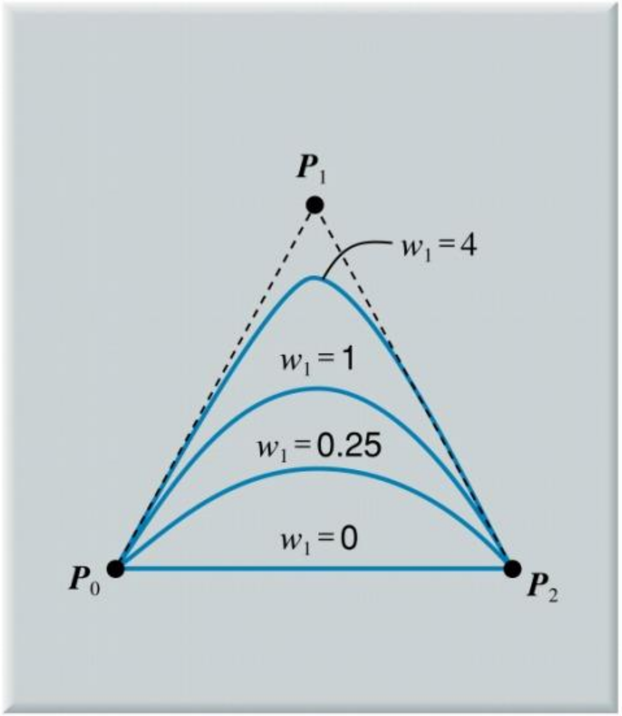
[a] 楕円（0<w_1<1）



[b] 双曲線（w_1>1）

「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.30——有理ベジエ曲線

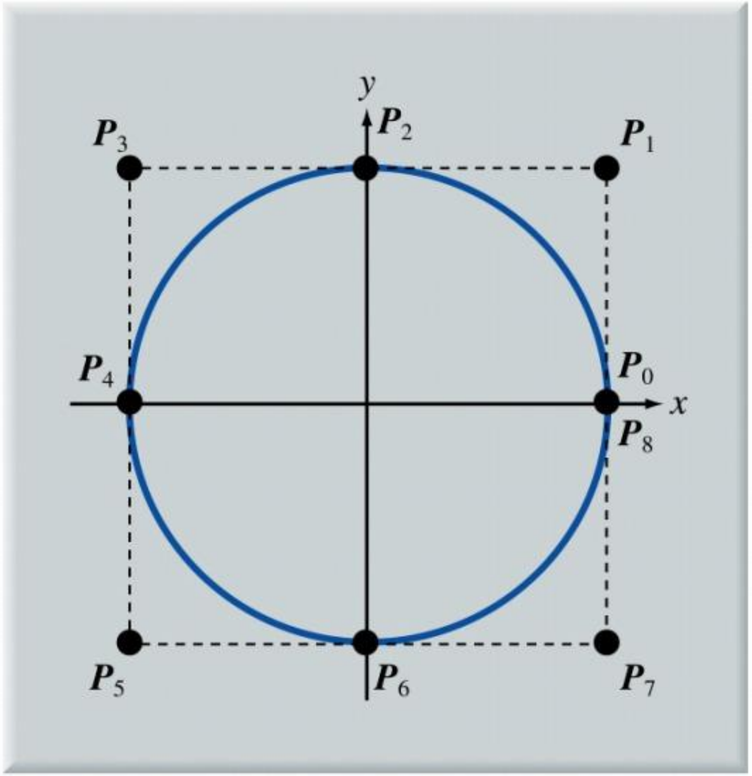


「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

NURBS曲線

- **２次曲線，複合曲線**を表現可能
  - 制御点
  - **制御点の重み**
  - **ノット列**
  - 曲率の連続性を保証

■図3.33——NURBSによる円周の表現

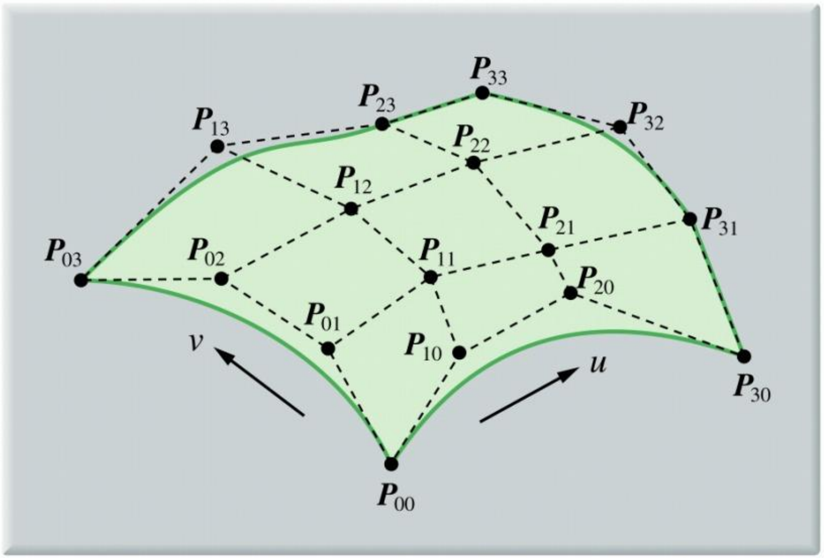


「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

ベジェ曲面

- 複数の制御点により**パッチ**を定義
  - 複数パッチによる曲面のデザイン
  - **２次曲面や複合曲面を表現できない**

■図3.37——双3次ベジエ曲面



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

より複雑な曲面

- Bスプライン曲面
  - **ノット列**により**複合曲面**を表現可能
  - **２次曲面は表現できない**
- 有理ベジェ曲面
  - **制御点の重み**により**２次曲面**を表現可能
  - **複合曲面は表現できない**

NURBS曲面

- **2次曲面，複合曲面**を表現可能
  - 制御点
  - **制御点の重み**
  - **ノット列**
  - **数学的に正確**な自由曲面
  - **自動車や航空機**の形状に利用
  - **CAD**で特に使われている

NURBS曲面

次回

- モデリング技法2
～形状表現の様々な応用～

■図3.39——細分割曲面で作られたキャラクタ 3ds maxによる制作例

(協力：ディスクリート)
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.45——詳細度制御の例

[a] 69,451個の三角形からなるオリジナルのポリゴン曲面 [b] およそ1,000個の三角形からなる簡単化したポリゴン曲面 [c] およそ100個の三角形からなる簡単化したポリゴン曲面

(Michael and P. S. Heckbert, Proceedings of ACM SIGGRAPH 1997 p.215 ©1997 ACM, Inc, Reprinted by permission.)
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.57——中点変位法による山岳形状の生成

(提供：北陸先端科学技術大学院大学宮田研究室)
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

■図3.62——メタボールで表現した雲

(提供：東京大学 西田研究室,1996)
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）