

コンピュータグラフィックス

第6回

モデリング技法 1

～3次元形状表現～

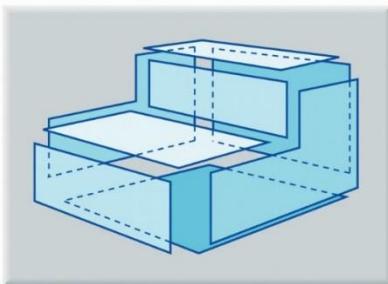
理工学部 兼任講師
藤堂 英樹

本日の講義内容

■モデリング技法1

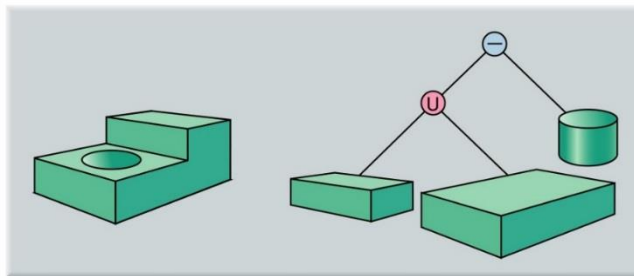
- 様々な形状モデル
- 曲線・曲面

■図3.3—サーフェスモデルの概念図(実際には面どうしは接続しているが、内部が空洞であることを示すために離して描いてある)



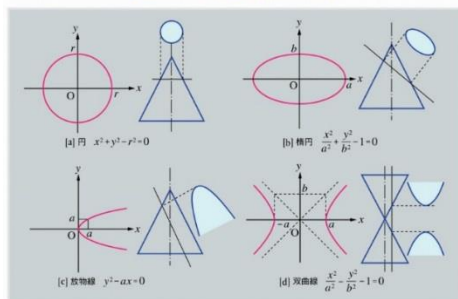
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

■図3.7—CSGによる表現



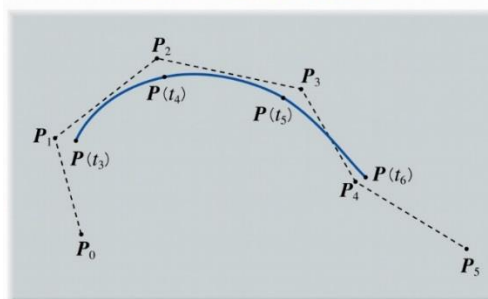
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

■図3.20—円錐の断面と二次曲線



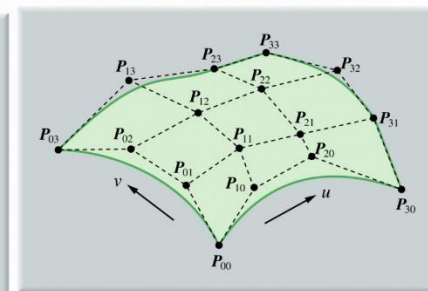
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

■図3.27—様3次Bスプライン曲線



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

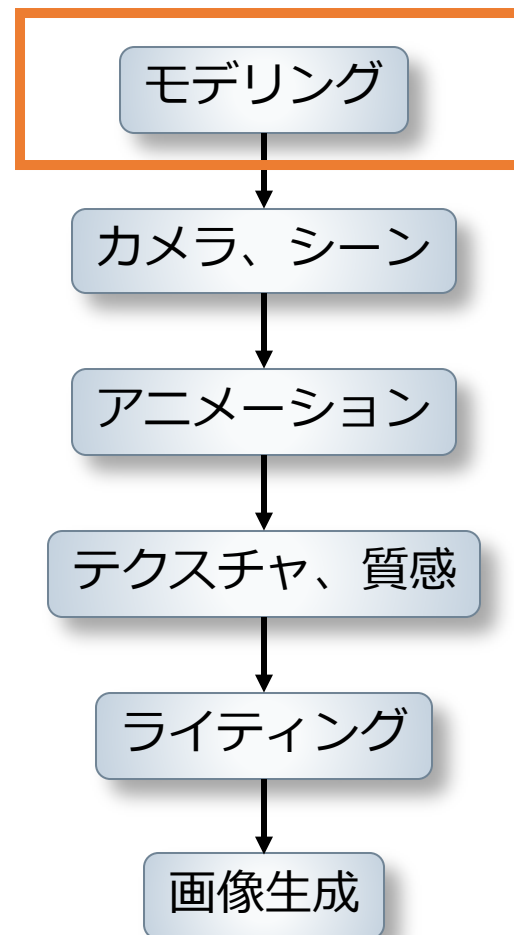
■図3.37—双3次ベジエ曲面



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

CG制作の主なワークフロー

■3DCGソフトウェアの場合



形状作成関連

- 実写での形状作成(ストップモーションアニメ)
 - **モデリング**：人形の形状作成
 - **ポーズ付け**：動きの1コマをデザイン
 - **アニメーションの作成**

Tim Burton's Corpse Bride
© Warner Bros.

モデリング

ポーズ付け

最終映像

形状作成関連

■実写での形状作成

- モデリング
- ポーズ付け
- アニメーションの作成

■CGでの形状作成でも基本は同じ工程

- **作成方法**
- **データ表現**
⇒CGソフトウェアにより異なる

形状を作成するソフトウェア

■メタセコイア

- **頂点ベース**の編集操作
- 頂点を指定して面をはっていく
- **面の流れ**をデザインしやすい

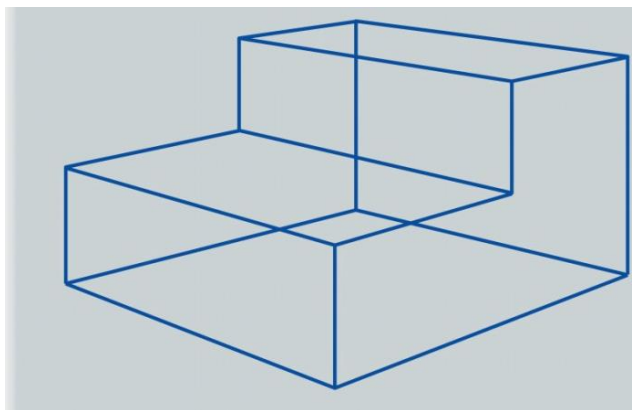
■Sculptris

- **球を変形**して形状をデザイン
- 粘土をこねるように変形していく
- **複雑な変形**が可能

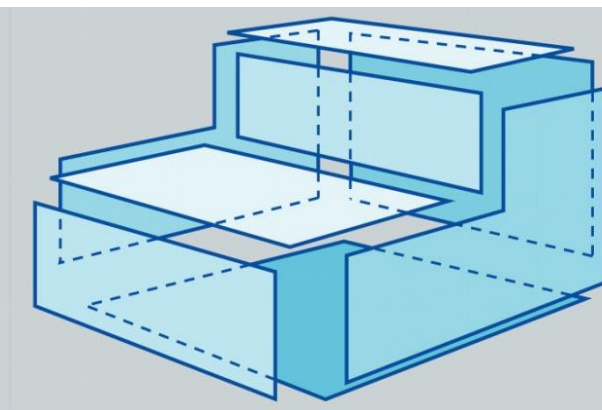
形状モデルの種類

■一般的な形状モデルの種類

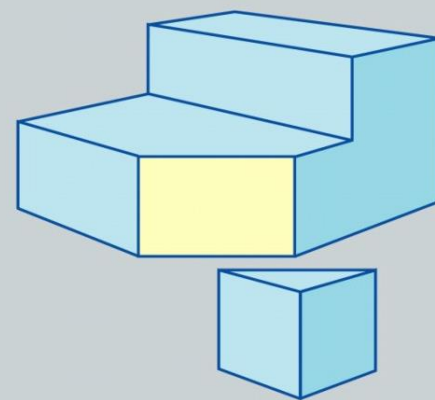
- ワイヤーステームモデル
- サーフェスモデル
- ソリッドモデル



ワイヤーステームモデル
(稜線情報)



サーフェスモデル
(面情報)



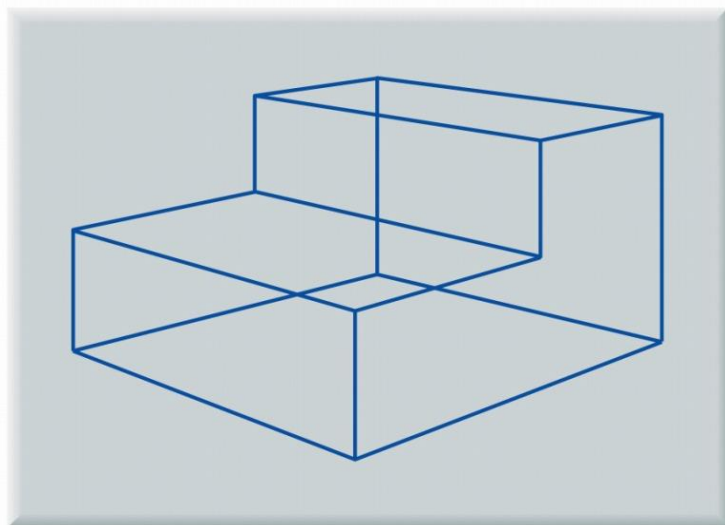
ソリッドモデル
(立体の内部情報)

ワイヤースケッチモデル

■ 稜線による立体の表現

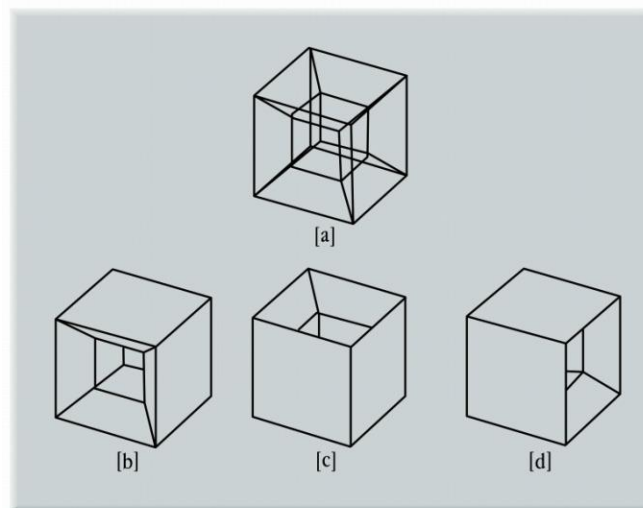
- 頂点同士の接続関係で表現
- 最も簡単な表示手法
- **面や立体の内部情報を持たない**

■ 図3.1——ワイヤースケッチモデルの概念図



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

■ 図3.2——立体を一意に表現できない例



(鳥谷・千代倉「3次元CADの基礎と応用」共立出版)

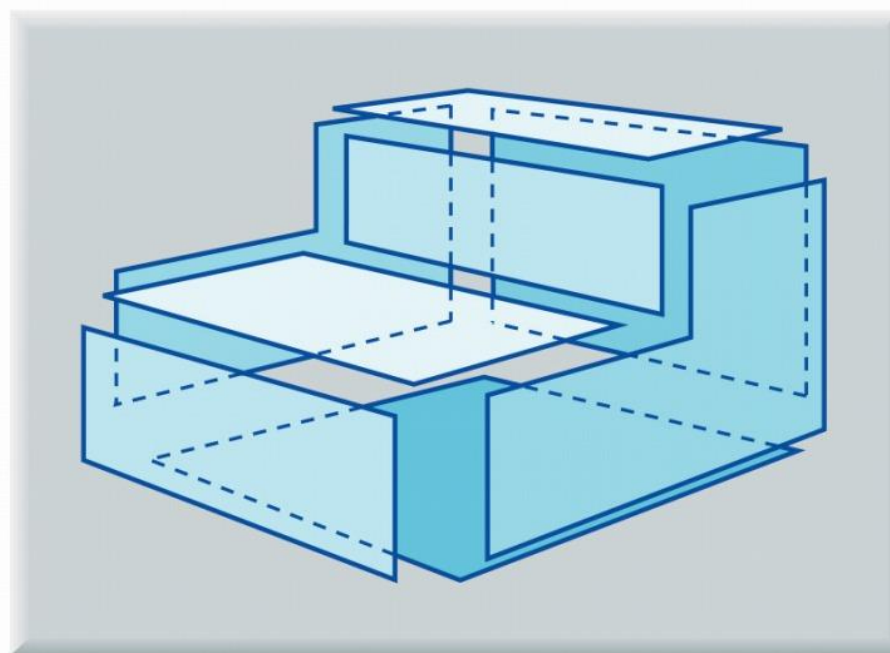
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

サーフェスモデル

■ワイヤースケッチ+面情報

- 一般的な形状データ
- 隠線消去
- 隠面消去
- 面の陰影表示
- **立体の内部情報を
持たない**

■図3.3——サーフェスモデルの概念図(実際には面どうしは接続しているが、内部が空洞であることを示すために離して描いてある)



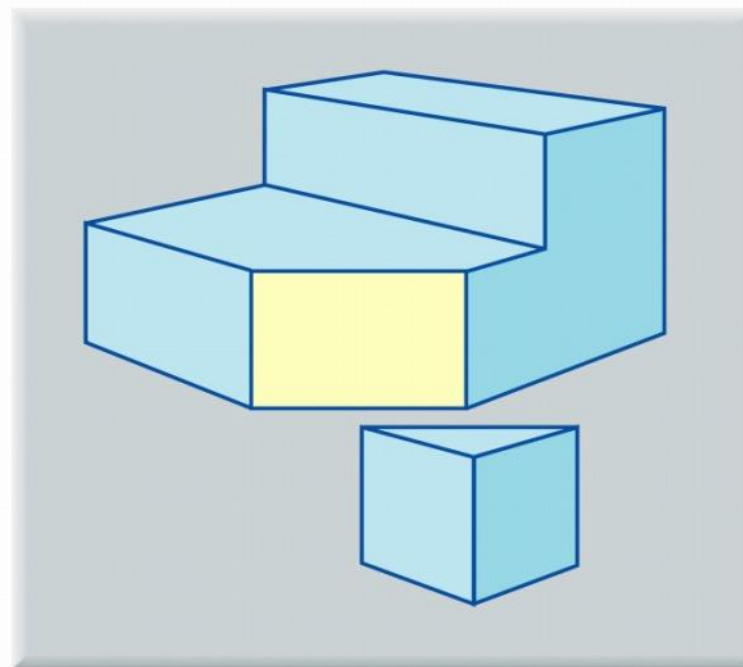
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

ソリッドモデル

■サーフェスモデル+中身の情報

- 物体の内外を区別する情報
- 和・積・差の集合演算
- 体積の計算

■図3.4——ソリッドモデルの概念図(内部が空洞ではなく詰まった状態なので、切ると断面が生じる)

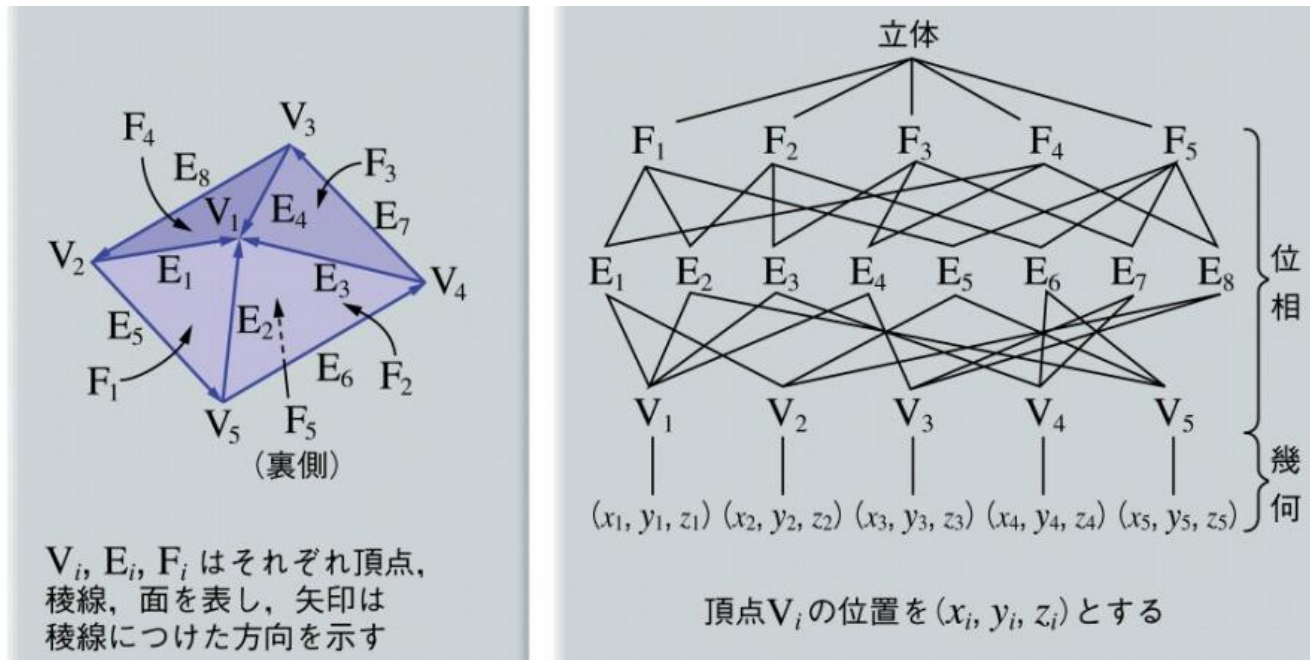


「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

境界表現

■モデル表面を構成する要素

- 基本要素：頂点，稜線，面のデータ
- 位相：接続関係のグラフ
- 幾何：頂点の座標値の部分

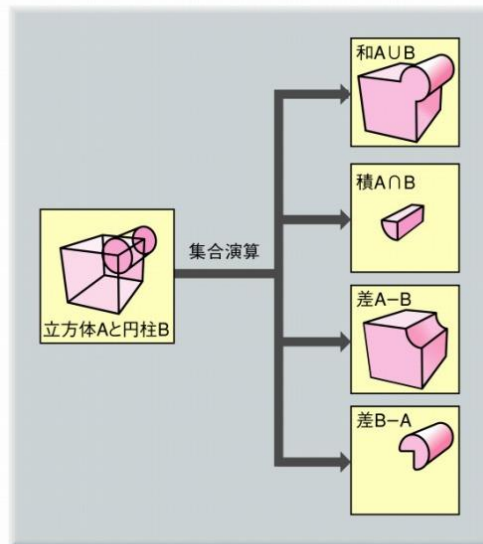


CSG表現

■ CSG (Constructive Solid Geometry)

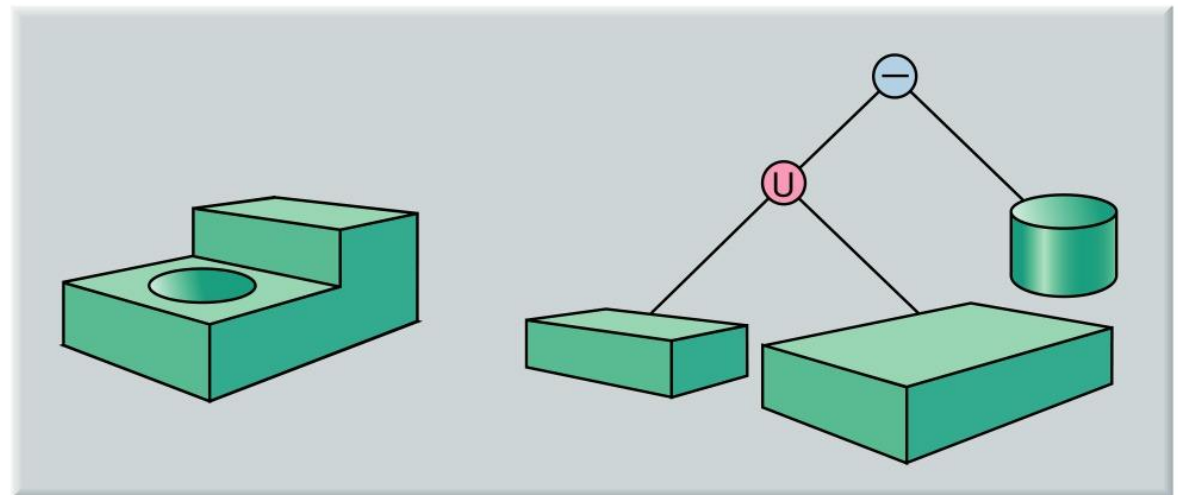
- プリミティブの集合演算
- プリミティブ：直方体，円柱，球等
- 集合演算：和，積，差

■図3.6——集合演算の例



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

■図3.7——CSG による表現



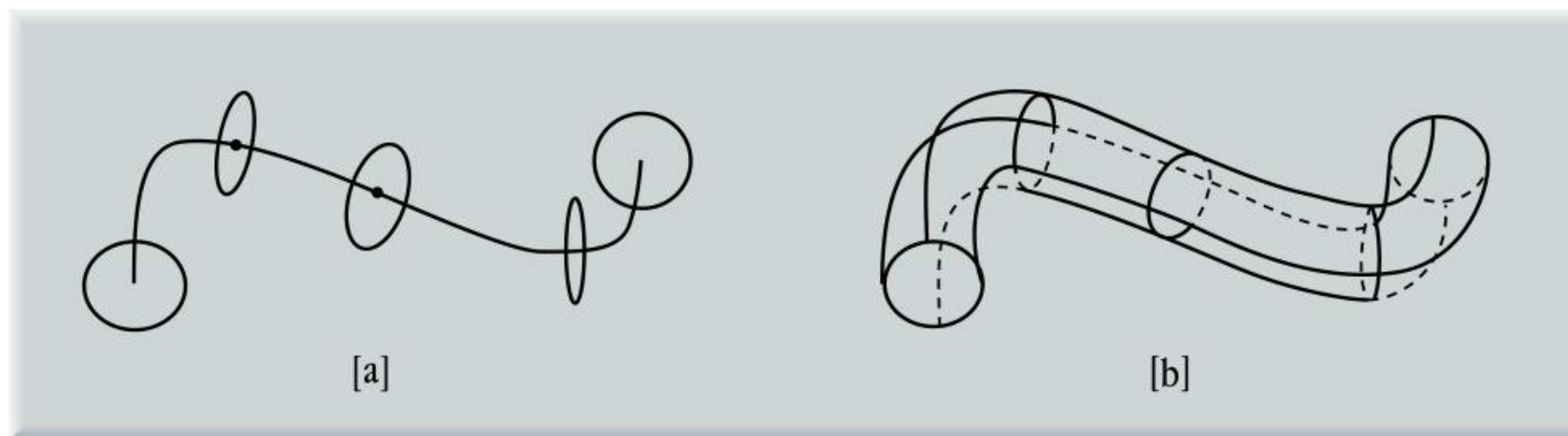
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

スイープ表現

■断面と軌道により形状を表現

- 軌道に沿って断面を配置
⇒断面の間に曲面を貼り付ける

■図 3.8——スイープ表現による立体の生成



(鳥谷・千代倉「3次元 CAD の基礎と応用」共立出版)

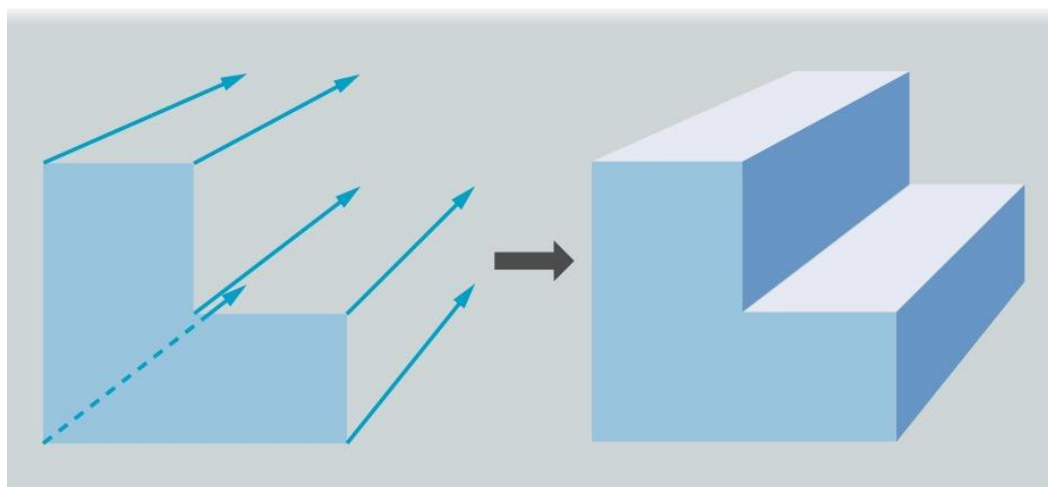
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

スイープ表現

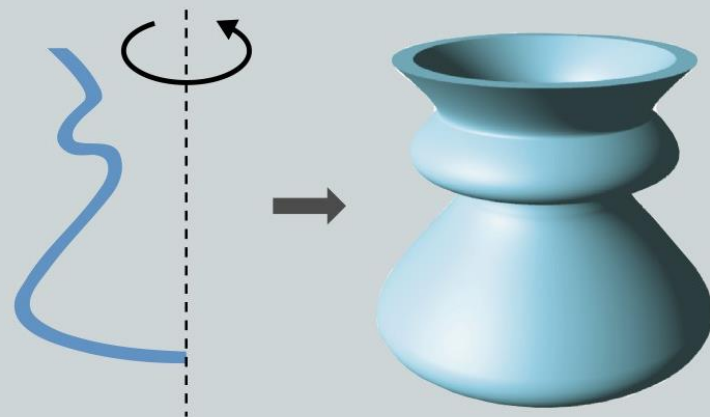
■断面と軌道により形状を表現

- 平行移動スイープ
- 回転移動スイープ

■図3.9——平行移動スイープ



■図3.10——回転移動スイープ



境界表現のデータ構造

■ 頂点の座標 + 面を構成する頂点番号

- 面を構成する頂点の個数が固定できない
- 稜線と面の接続関係が分からない

■ 図3.11——最も簡単な境界表現のデータ構造 (図3.5 [a] を表現した例)

頂点	座標値		
V ₁	x ₁	y ₁	z ₁
V ₂	x ₂	y ₂	z ₂
V ₃	x ₃	y ₃	z ₃
V ₄	x ₄	y ₄	z ₄
V ₅	x ₅	y ₅	z ₅

面	頂点			
F ₁	V ₁	V ₂	V ₅	
F ₂	V ₁	V ₅	V ₄	
F ₃	V ₁	V ₄	V ₃	
F ₄	V ₁	V ₃	V ₂	
F ₅	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅

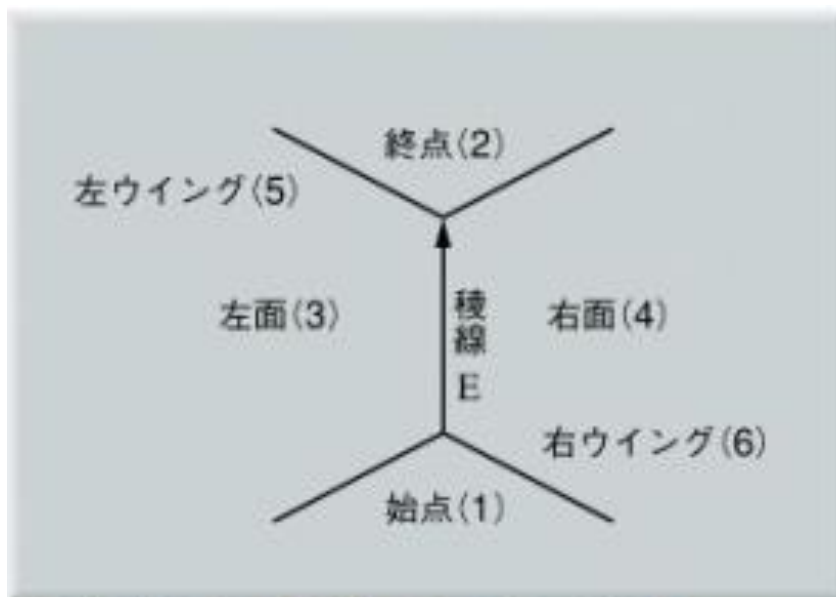
[a] 頂点データ

[b] 面データ

ウイングドエッジ

■ 稜線 + 頂点 + 面データ

- 頂点：座標値 + 稜線番号
- 稜線：位相構造
- 面：法線ベクトル + 稜線番号



[a] 稜線Eを中心に見た頂点・面・稜線の接続関係

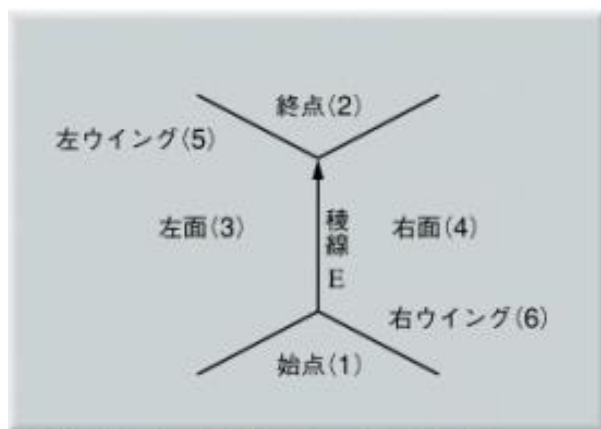
頂点	座標値			稜線
V ₁	x ₁	y ₁	z ₁	E ₁
V ₂	x ₂	y ₂	z ₂	E ₅
V ₃	x ₃	y ₃	z ₃	E ₄
V ₄	x ₄	y ₄	z ₄	E ₃
V ₅	x ₅	y ₅	z ₅	E ₂

[b] 頂点データ (稜線の欄では、その頂点を始点または終点とする稜線のうちの1本)

ウイングドエッジ

■ 稜線 + 頂点 + 面データ

- 頂点：座標値 + 稜線番号
- 稜線：位相構造
- 面：法線ベクトル + 稜線番号



[a] 稜線Eを中心に見た頂点・面・稜線の接続関係

	頂点		面		稜線	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
E ₁	V ₂	V ₁	F ₄	F ₁	E ₄	E ₅
E ₂	V ₅	V ₁	F ₁	F ₂	E ₁	E ₆
E ₃	V ₄	V ₁	F ₂	F ₃	E ₂	E ₇
E ₄	V ₃	V ₁	F ₃	F ₄	E ₃	E ₈
E ₅	V ₂	V ₅	F ₁	F ₅	E ₂	E ₈
E ₆	V ₅	V ₄	F ₂	F ₅	E ₃	E ₅
E ₇	V ₄	V ₃	F ₃	F ₅	E ₄	E ₆
E ₈	V ₃	V ₂	F ₄	F ₅	E ₁	E ₇

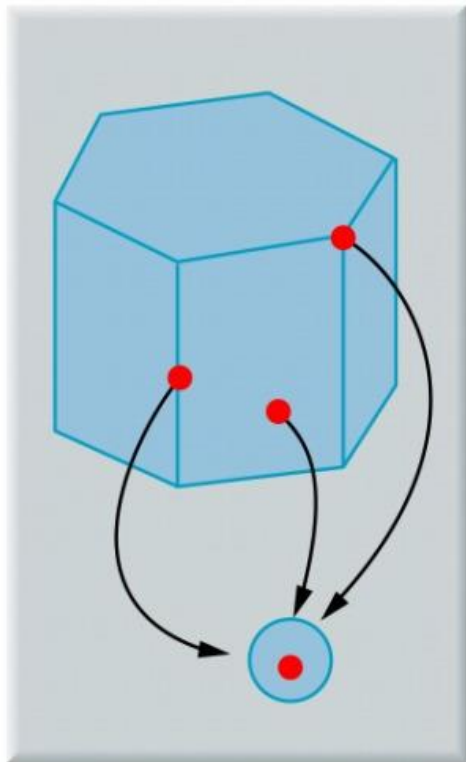
[c] 稜線データ

	法線ベクトル			稜線
F ₁	n_{1x}	n_{1y}	n_{1z}	E ₁
F ₂	n_{2x}	n_{2y}	n_{2z}	E ₂
F ₃	n_{3x}	n_{3y}	n_{3z}	E ₃
F ₄	n_{4x}	n_{4y}	n_{4z}	E ₄
F ₅	n_{5x}	n_{5y}	n_{5z}	E ₅

[d] 面データ (面F₁の法線ベクトルを (n_{1x}, n_{1y}, n_{1z}) とする稜線の欄では、その面を構成する稜線のうちの1本を示す)

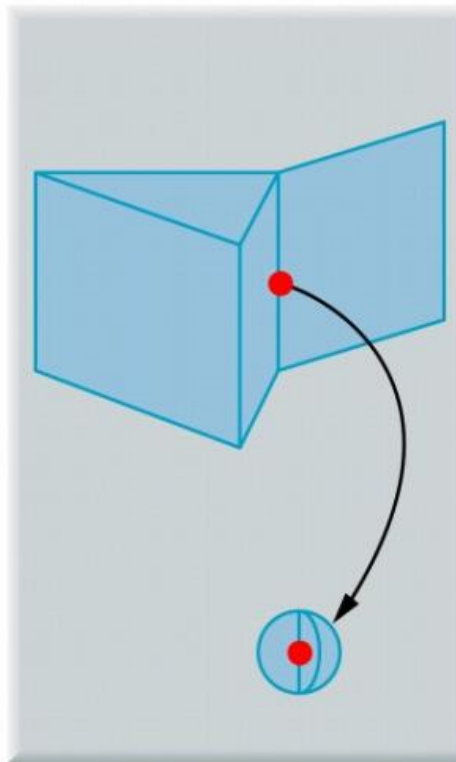
二多様体と非多様体

一般的な
ソリッドモデル

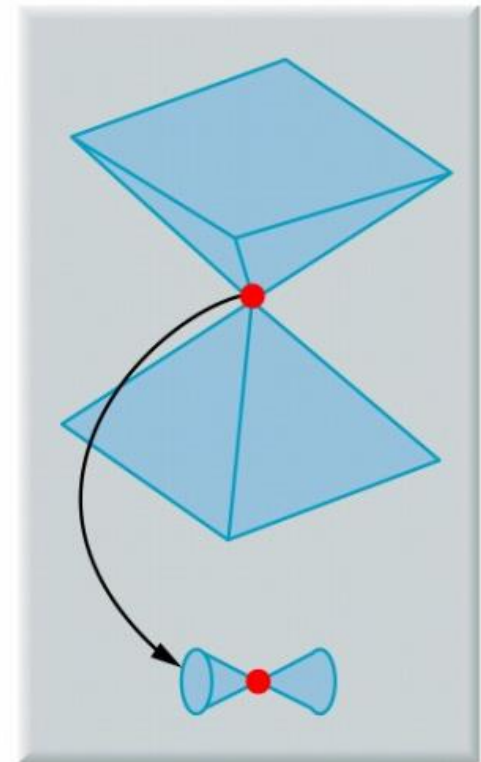


[a] 二多様体 (近傍が円盤と同じ)

ソリッドモデルとしては
あまり扱われない



[b] 非多様体 (近傍が円盤に壁を立てたものと同じ)

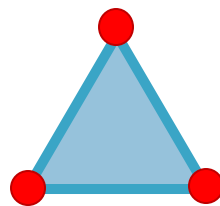


[c] 非多様体 (近傍が2つの円錐を頂点で合わせたものと同じ)

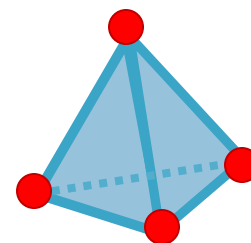
オイラーの公式

■面に穴を含まない二多様体の公式

- $v - e + f = 2$
- v : 頂点の数
- e : 稜線の数
- f : 面の数



$$3 - 3 + 1 = 1$$
$$(v - e + f = 1)$$



$$4 - 6 + 4 = 2$$
$$(v - e + f = 2)$$

■オイラー操作(局所変形)

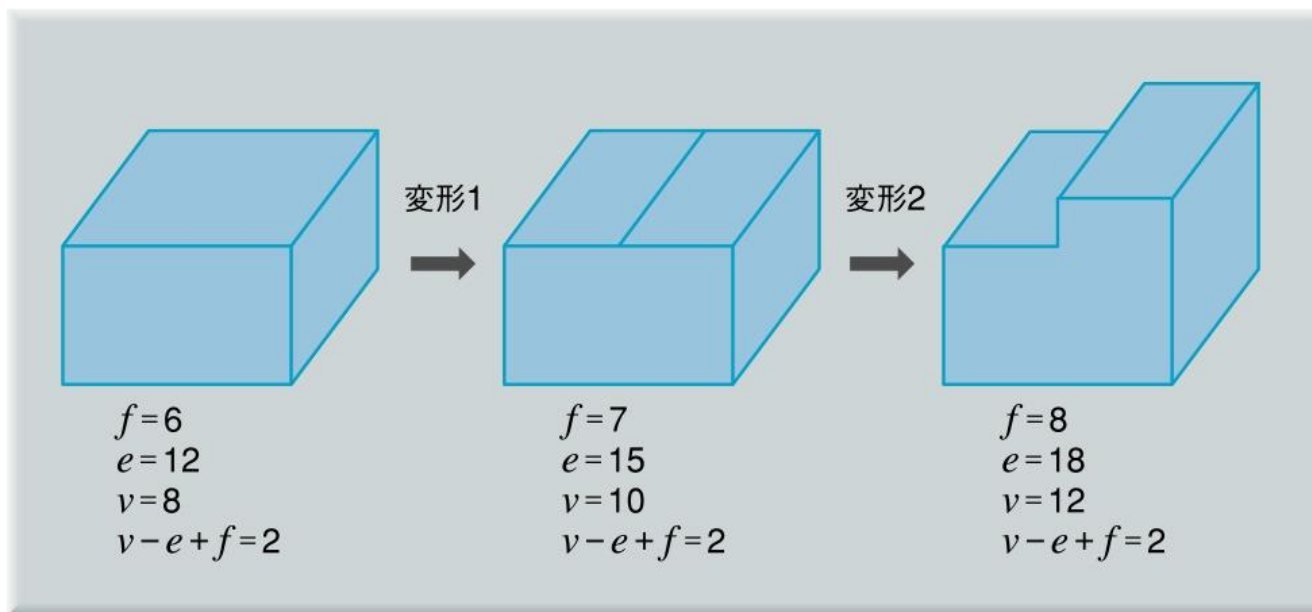
- **オイラーの公式を保持**して変形する操作

オイラー操作

■ L字型立体の生成

- 変形1 : 面の2分割
- 変形2 : 面の押し出し

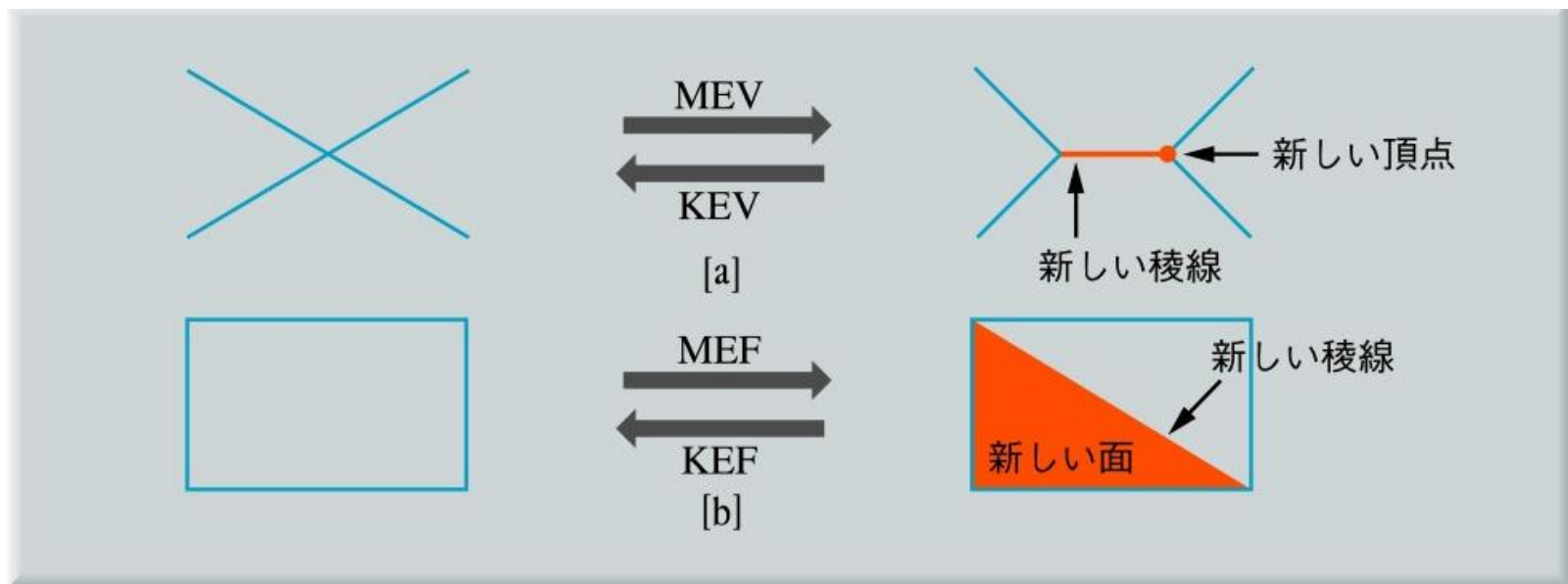
■ 図3.14——オイラー操作の例



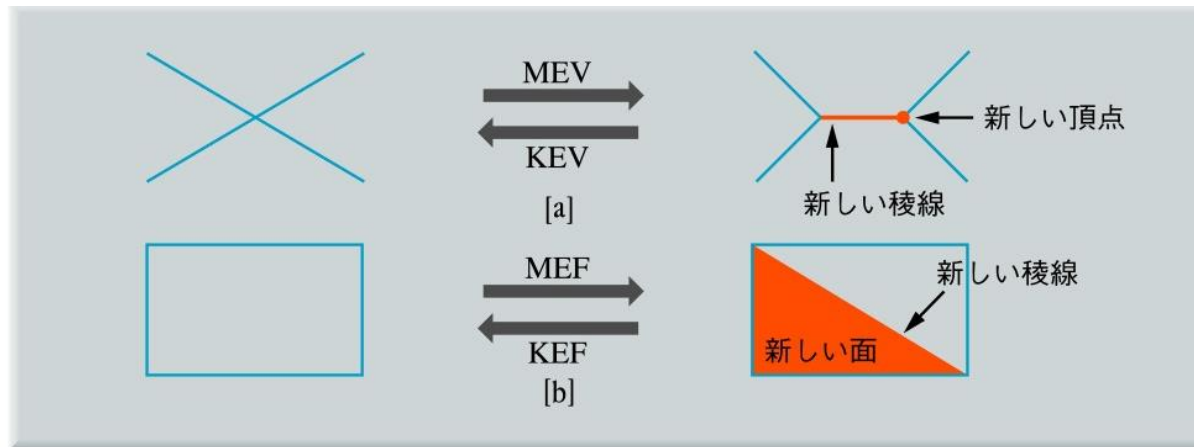
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

オイラー操作の例

- MEV(Make Edge Vertex):新しい頂点と稜線を追加
- KEV(Kill Edge Vertex) : 頂点と稜線を削除
- MEF(Make Edge Face) : 新しい面と稜線を追加
- KEF(Kill Edge Face) : 面と稜線を削除



オイラー操作の例

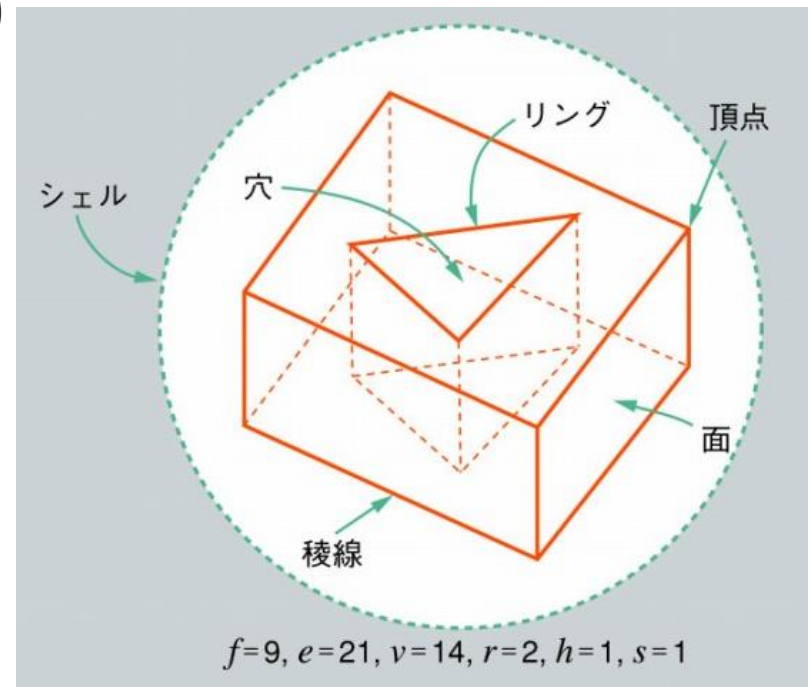


オイラー操作	v	$-$	e	$+$	f	$=$	2	
MEV	1	-	1			=	0	
KEV		(-1)	-	(-1)		=	0	
MEF			-	1	+	1	=	0
KEF			-	(-1)	+	(-1)	=	0

穴を考慮したオイラーの公式

■CADモデルで使われているオイラーの公式

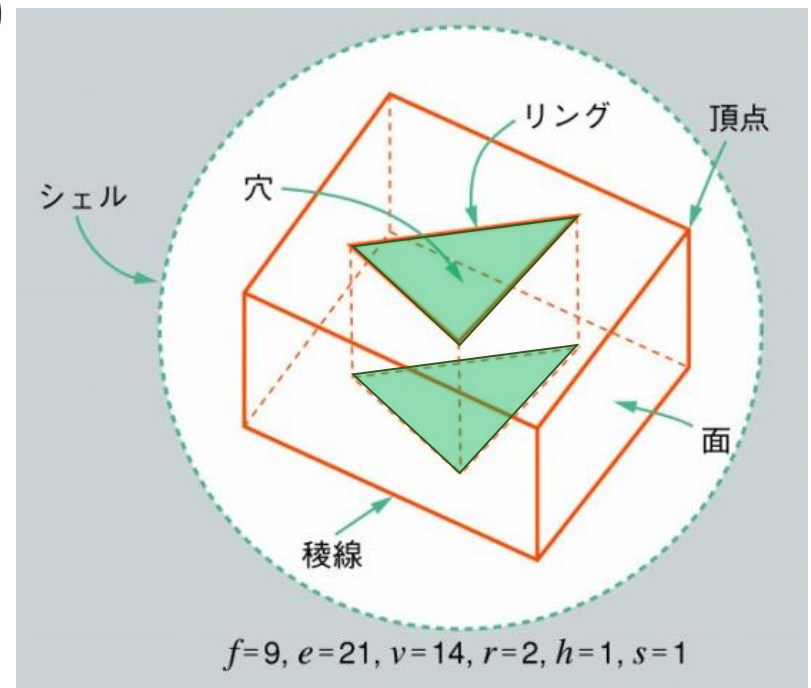
- $v - e + f - r = 2(s - h)$
- r : リング(面に含まれる穴)
- s : シェル(物体の連結成分)
- h : 穴(物体を貫通する穴)



穴を考慮したオイラーの公式

■CADモデルで使われているオイラーの公式

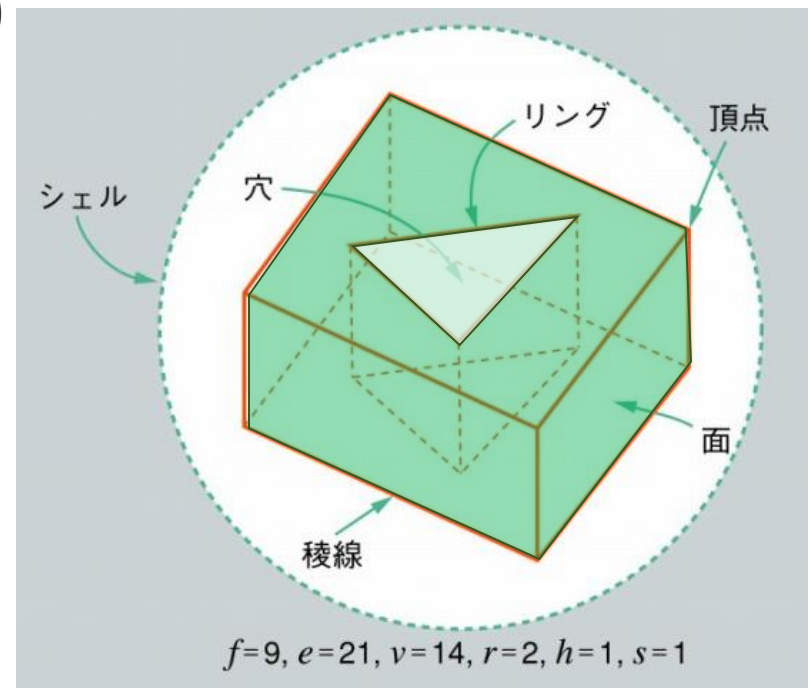
- $v - e + f - r = 2(s - h)$
- r : リング(面に含まれる穴)
- s : シェル(物体の連結成分)
- h : 穴(物体を貫通する穴)



穴を考慮したオイラーの公式

■CADモデルで使われているオイラーの公式

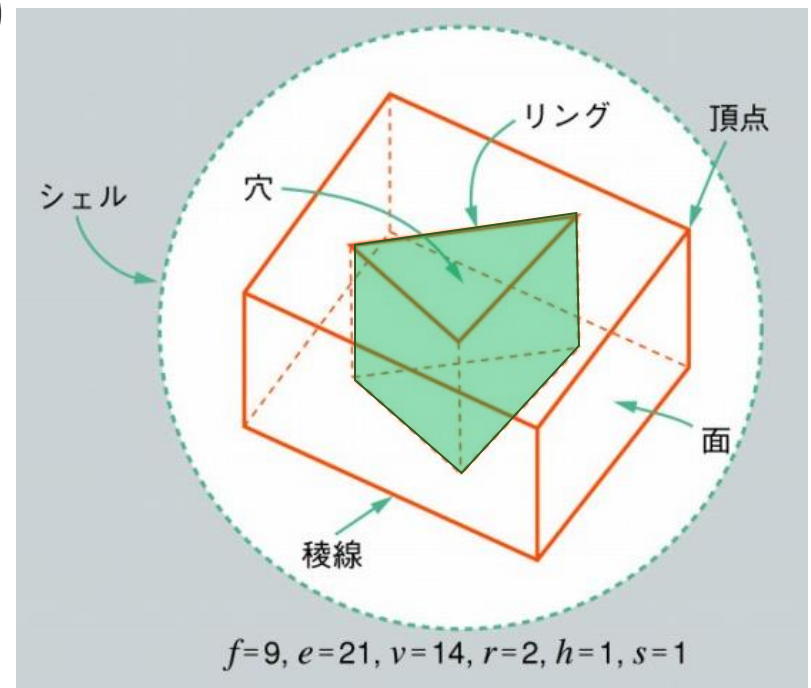
- $v - e + f - r = 2(s - h)$
- r : リング(面に含まれる穴)
- s : シェル(物体の連結成分)
- h : 穴(物体を貫通する穴)



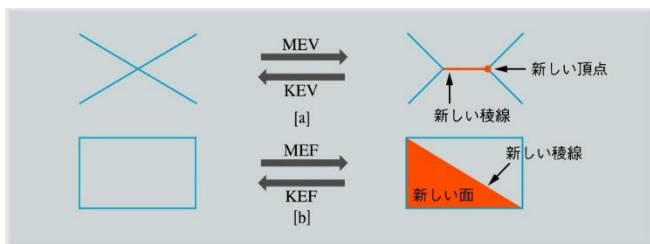
穴を考慮したオイラーの公式

■CADモデルで使われているオイラーの公式

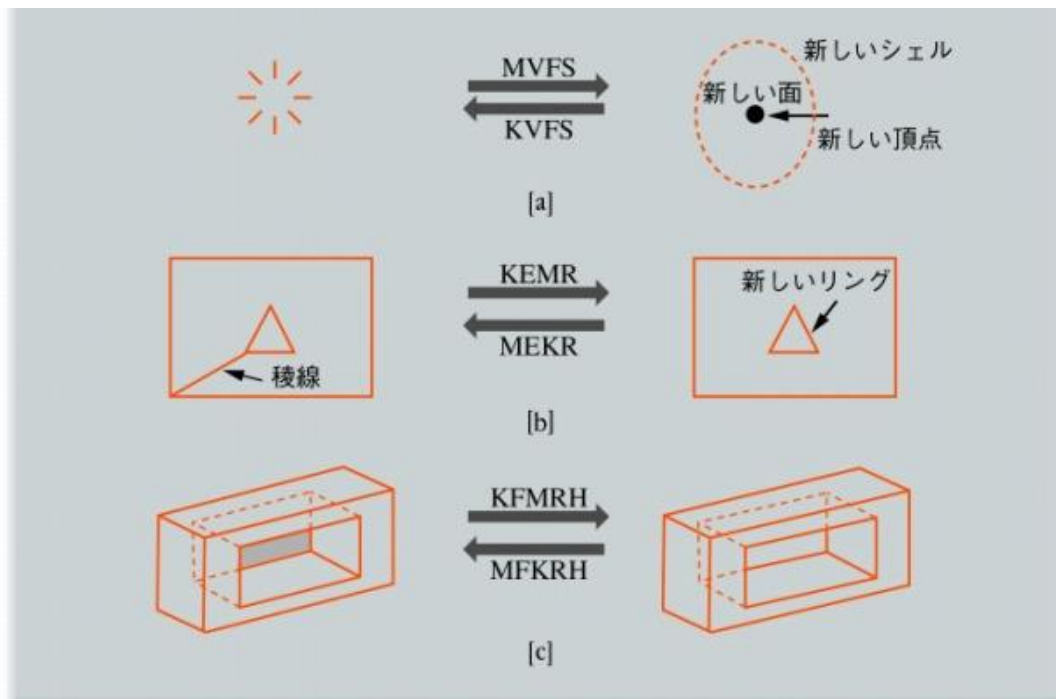
- $v - e + f - r = 2(s - h)$
- r : リング(面に含まれる穴)
- s : シェル(物体の連結成分)
- h : 穴(物体を貫通する穴)



拡張したオイラー操作



オイラー操作	v	$-e$	$+f$	$= 2$
MEV	1	- 1		= 0
KEV		(-1)	(-1)	= 0
MEF		- 1	+ 1	= 0
KEF		- (-1)	+ (-1)	= 0

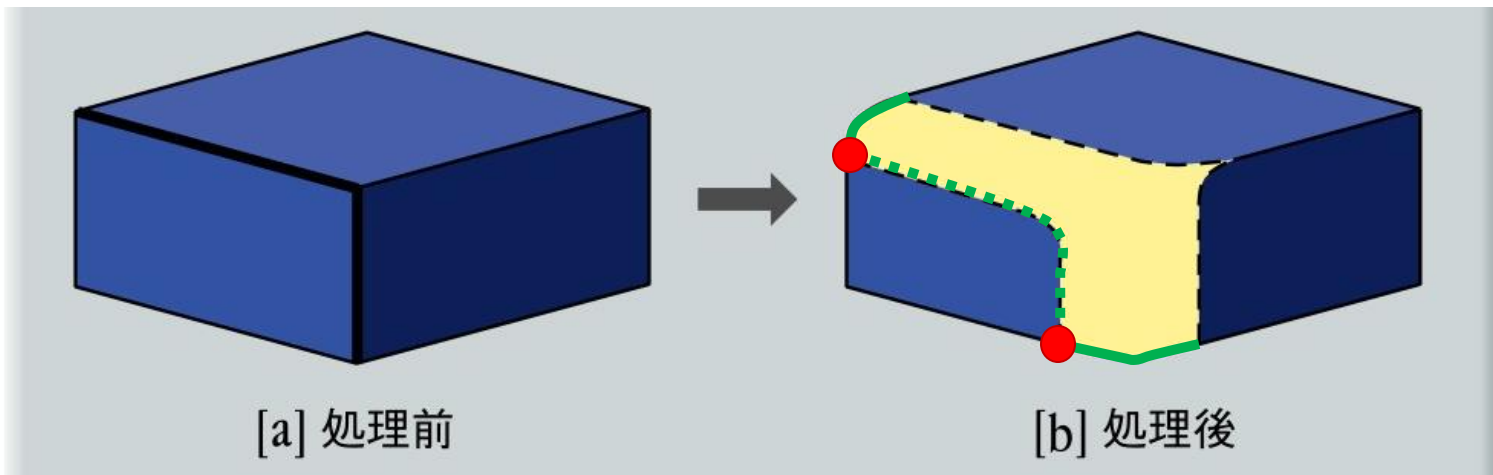


	オイラー操作	意味	オイラー操作	意味
[a]	MVFS	Make Vertex Face Shell	KVFS	Kill Vertex Face Shell
[b]	KEMR	Kill Edge Make Ring	MEKR	Make Edge Kill Ring
[c]	KFMRH	Kill Face Make Ring Hole	MFKRH	Make Face Kill Ring Hole

CADシステムでの変形操作例

■丸め変形操作

- オイラー操作(位相)
 - 頂点, 面, 稜線の追加
- 幾何的操作
 - 頂点の移動, (稜線の変形)



曲線・曲面の表現形式

■陽関数形式

- $y = f(x)$ (座標値の関数)

■陰関数形式

- $f(x, y) = 0$ (関数を陰に用いる)

■パラメータ形式

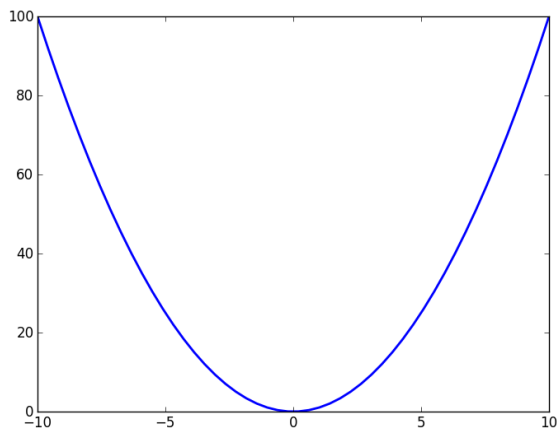
- $x = f(t), y = g(t)$ (パラメータの関数)

陽関数形式

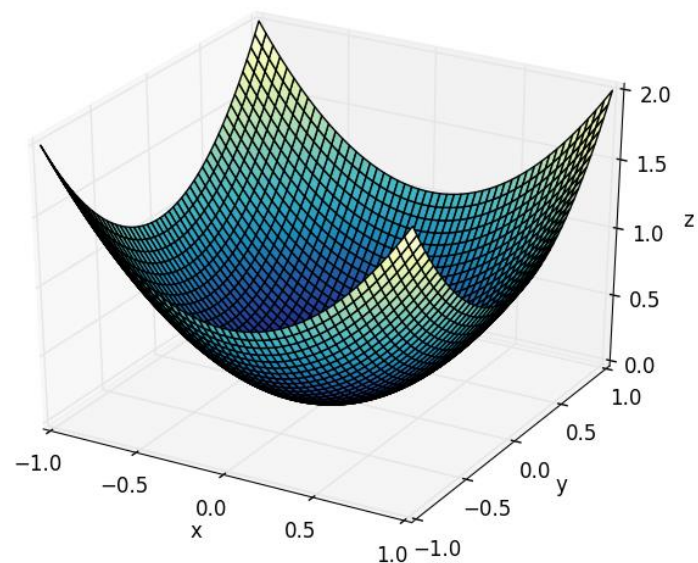
■ 座標値を他の座標値の関数で表す形式

- 平面曲線 : $y = f(x)$
- 曲面 : $z = f(x, y)$

■ 例



放物線 : $y = x^2$



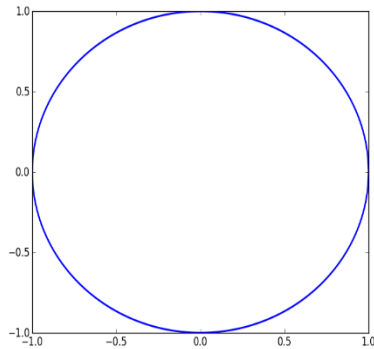
回転放物面 : $z = a^2(x^2 + y^2)$

陰関数形式

■関数を陰に用いて($f = 0$)曲線や曲面を定義

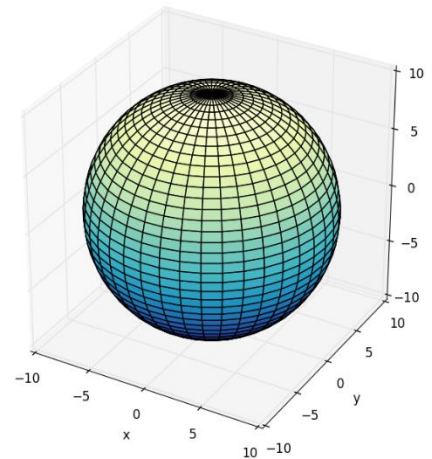
- 平面曲線 : $f(x, y) = 0$
- 空間曲線 : $f(x, y, z) = g(x, y, z) = 0$
- 曲面 : $f(x, y, z) = 0$

■例 :



円 :

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - r^2 = 0$$



球面 :

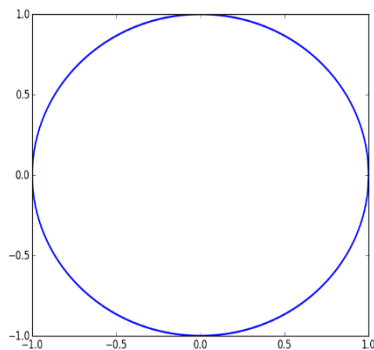
$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - r^2 = 0$$

パラメータ形式

■ 個々の座標をパラメータの関数として表現

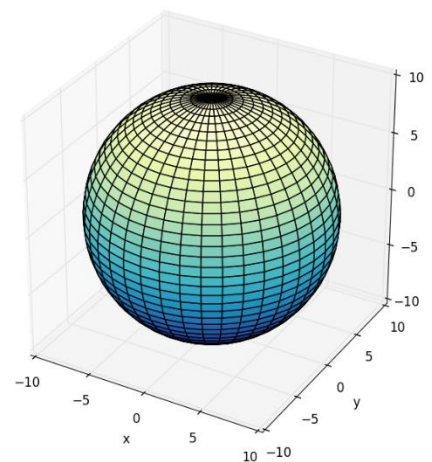
- 平面曲線 : $x = f(t), y = g(t)$
- 空間曲線 : $x = f(t), y = g(t), z = h(t)$
- 曲面 : $x = f(u, v), y = g(u, v), z = h(u, v)$

■ 例 :



円 :

$$x = r \cos t, y = r \sin t, \\ 0 \leq t \leq 2\pi$$



球面 :

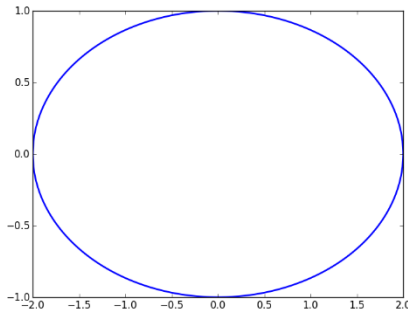
$$x = r \cos u \cos v, y = r \sin u \cos v \\ z = r \sin v, 0 \leq u \leq 2\pi, 0 \leq v \leq 2\pi$$

2次曲線

■ 2次多項式を用いた陰関数形式

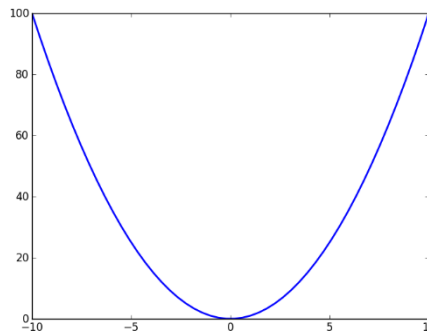
- $ax^2 + by^2 + c + 2dxy + 2ex + 2fy = 0$

■ 例 :



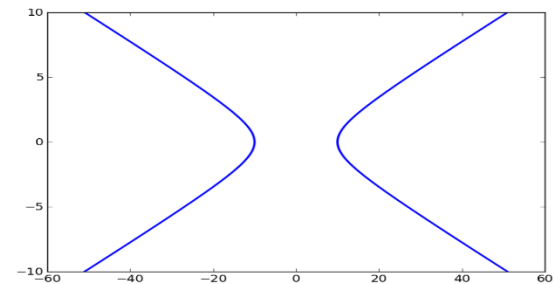
楕円 :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0 \quad (a, b > 0)$$



放物線 :

$$y - ax^2 = 0$$

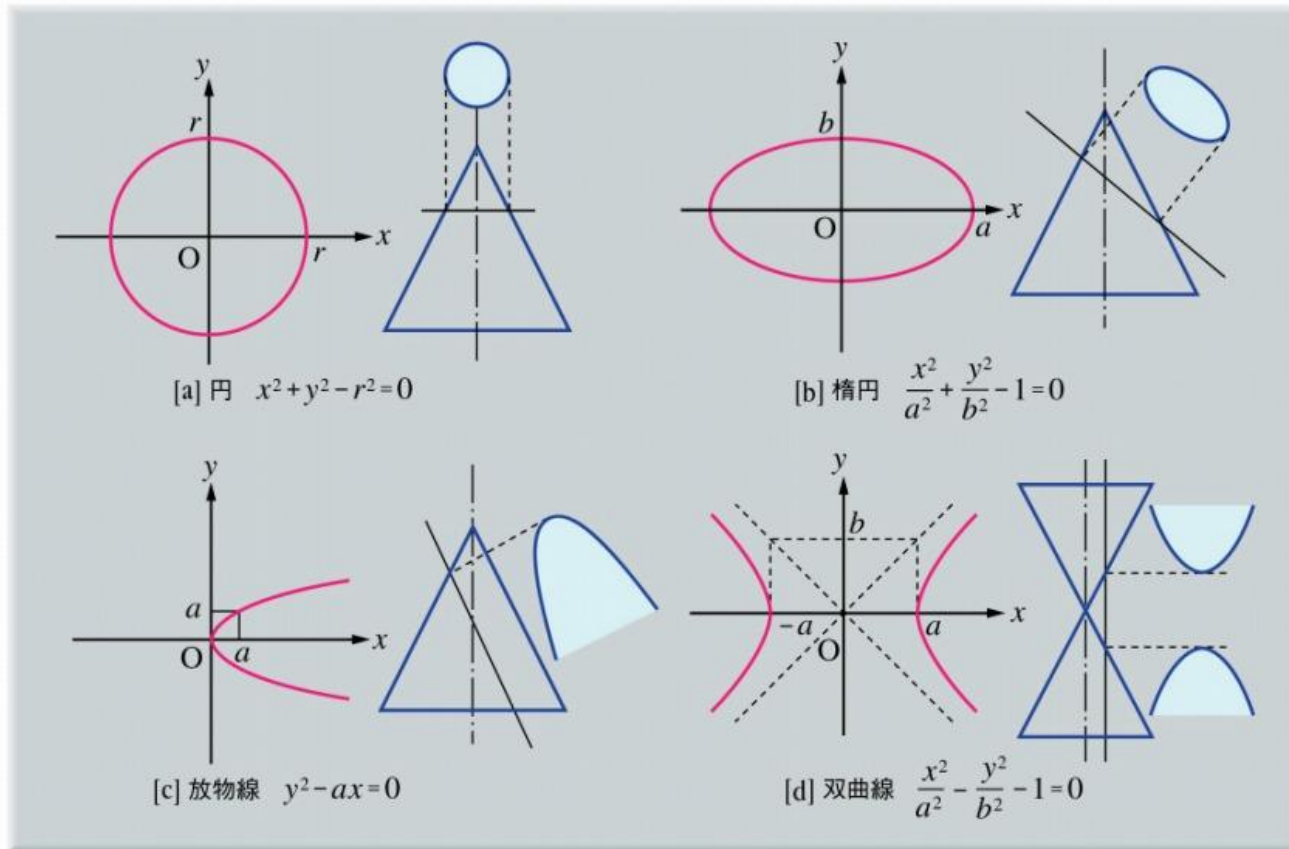


双曲線 :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0 \quad (a, b > 0)$$

2次曲線

■ 図3.20 — 円錐の断面と2次曲線



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

パラメトリック曲線

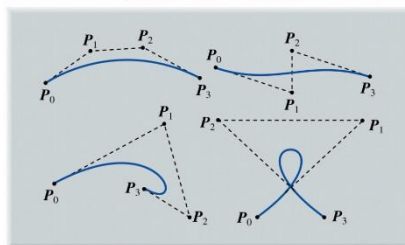
■座標がパラメータ t の関数で表現された曲線

- $C = F(t)$
- 曲線の単位を**セグメント**と呼ぶ
- 複数の曲線を混ぜ合わせた曲線を**複合曲線**と呼ぶ

■種類

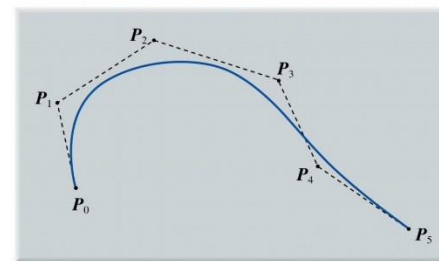
- ベジエ曲線
- Bスプライン曲線
- 有理ベジエ曲線
- NURBS曲面

■図3.29—3次ベジエ曲線の例



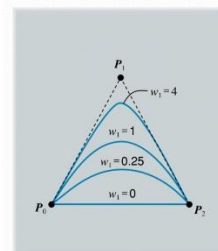
【コンピュータグラフィックス】2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (IG-ARTS協会)

■図3.29—非一樣3次Bスプライン曲線



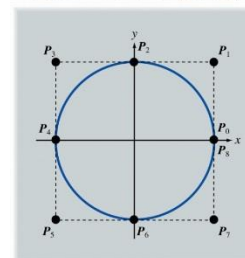
【コンピュータグラフィックス】2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (IG-ARTS協会)

■図3.30—有理ベジエ曲線



【コンピュータグラフィックス】2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (IG-ARTS協会)

■図3.33—NURBSによる円周の表現



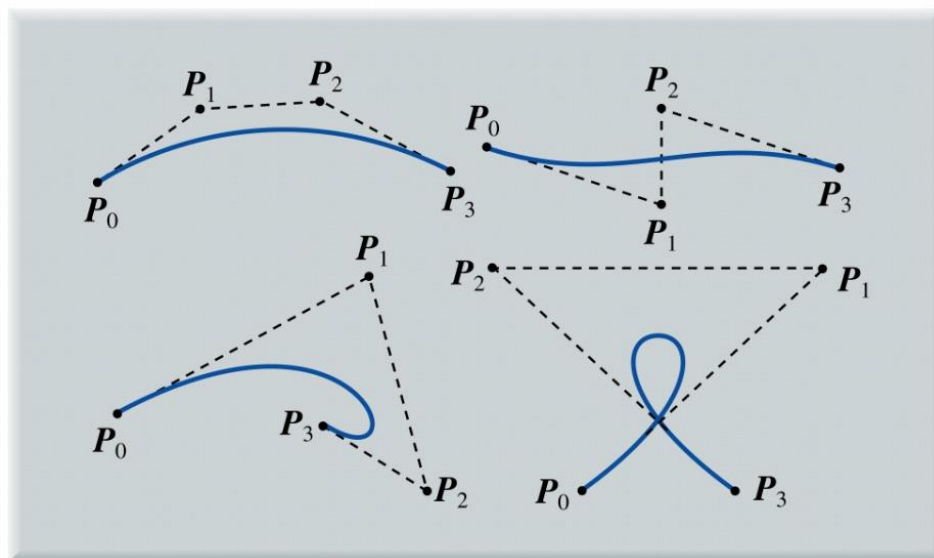
【コンピュータグラフィックス】2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (IG-ARTS協会)

ベジエ曲線

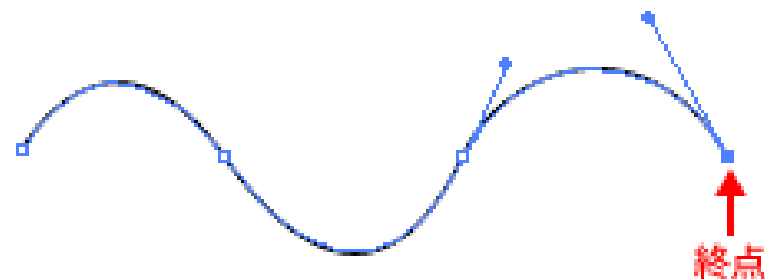
■ 複数の制御点で 1 セグメントの曲線を定義

- 制御点が4個の3次ベジエ曲線が一般的
- 複数セグメントで曲線をデザイン
- 2次曲線や複合曲線を表現できない

■ 図3.23——3次ベジエ曲線の例



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)



複数セグメントによる
曲線のデザイン

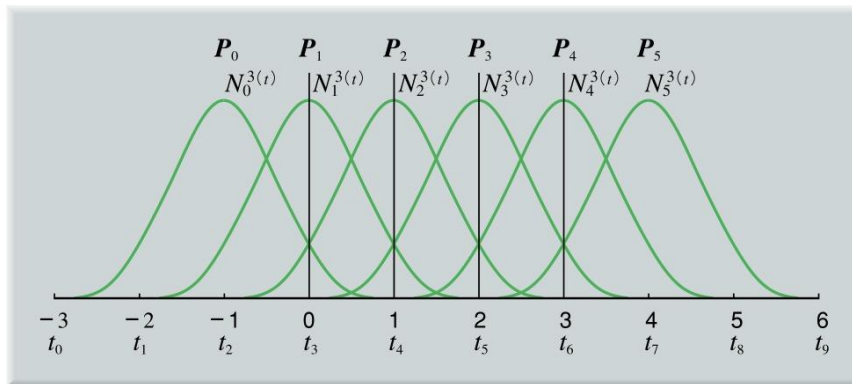
© Adobe Illustrator

Bスプライン曲線

■ 複合曲線を表現可能

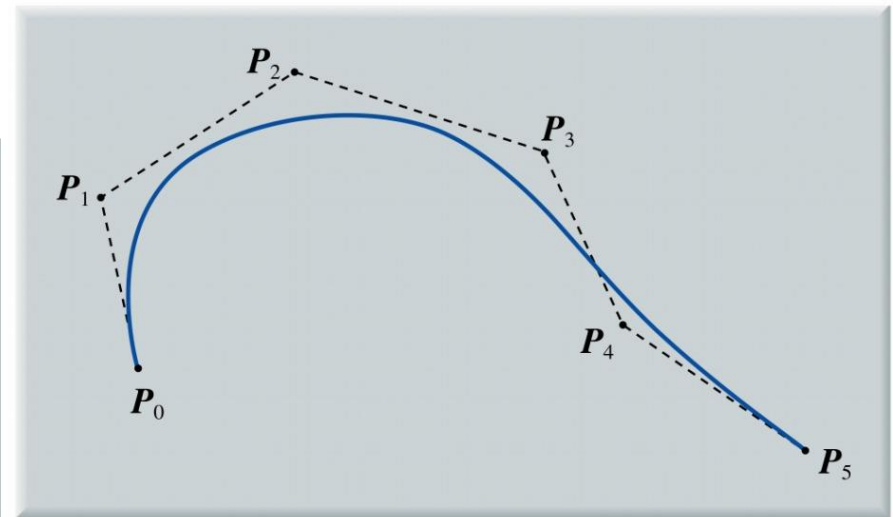
- 制御点
- ノット列
- 2次曲線は表現できない

■ 図3.28——一様3次Bスプライン基底関数のグラフ



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

■ 図3.29——非一様3次Bスプライン曲線



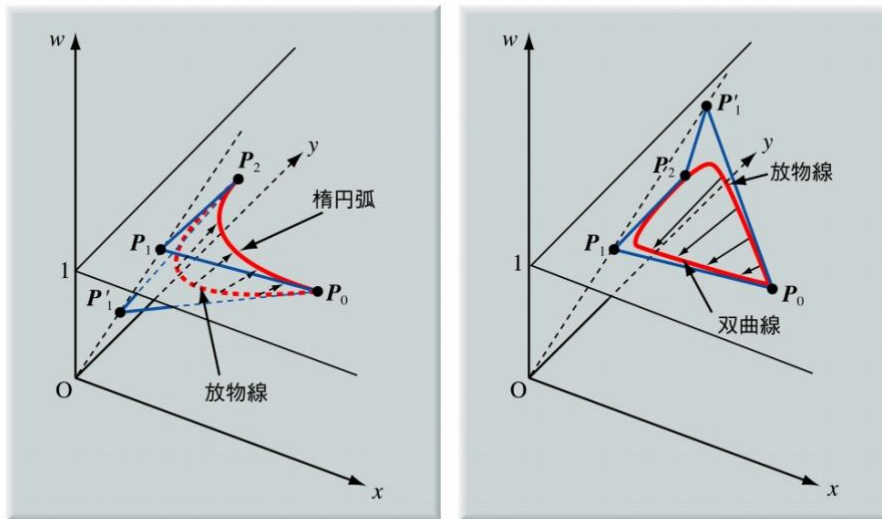
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

有理ベジエ曲線

■ 1 セグメントの2次曲線を表現可能

- 制御点
- **制御点の重み**
- **複合曲線は表現できない**

■ 図3.32——平面 $w=1$ に投影したベジエ曲線

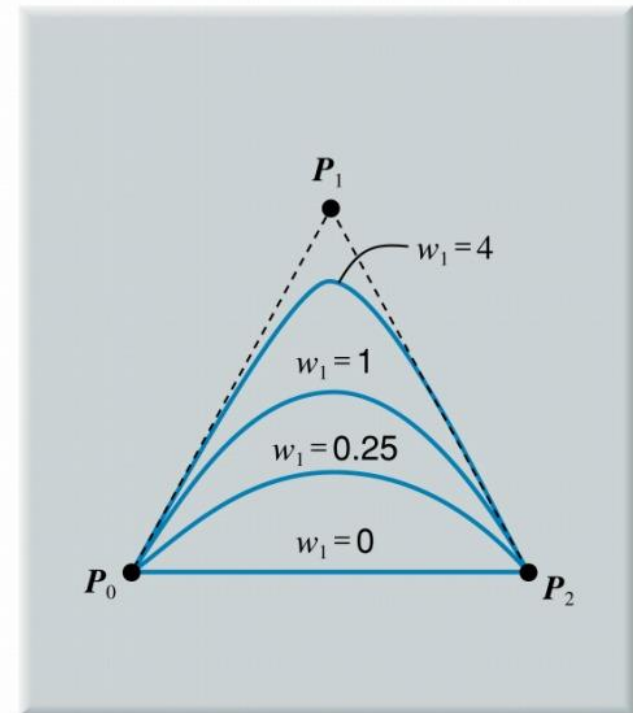


[a] 楕円 ($0 < w_1 < 1$)

[b] 双曲線 ($w_1 > 1$)

「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

■ 図3.30——有理ベジエ曲線



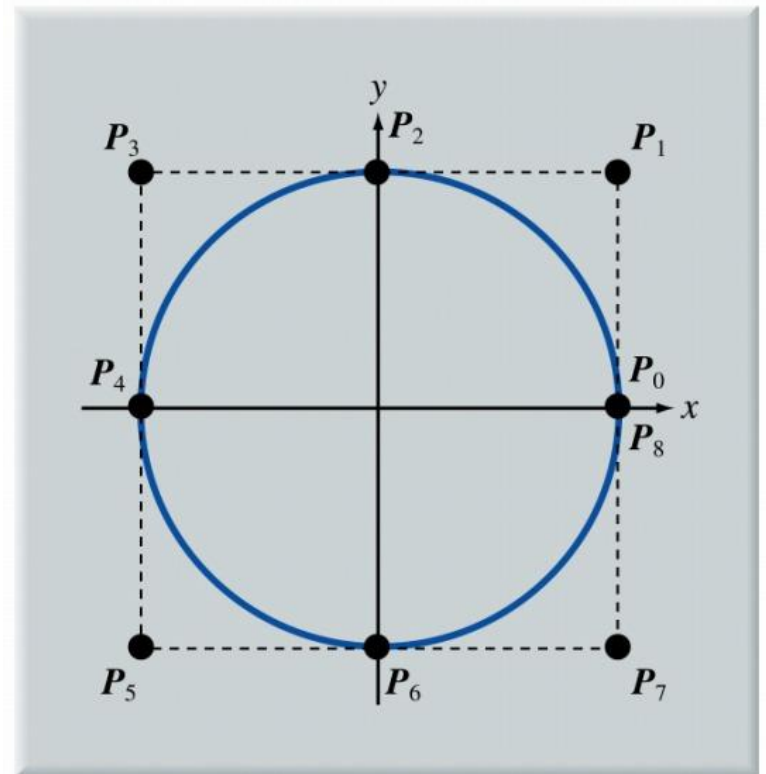
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

NURBS曲線

■ 2次曲線，複合曲線を表現可能

- 制御点
- 制御点の重み
- ノット列
- 曲率の連続性を保証

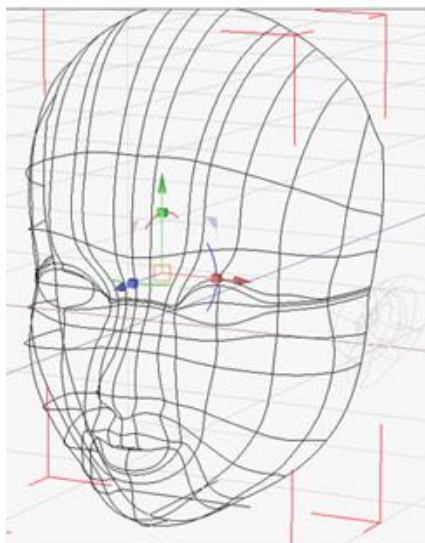
■ 図3.33——NURBSによる円周の表現



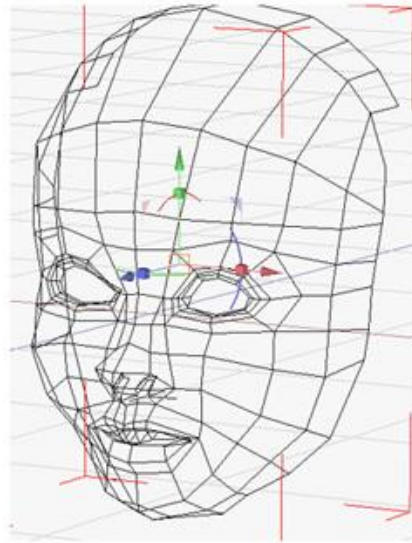
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

ベジエ曲面

- 複数の制御点により**パッチ**を定義
 - 複数パッチによる曲面のデザイン
 - **2次曲面や複合曲面を表現できない**

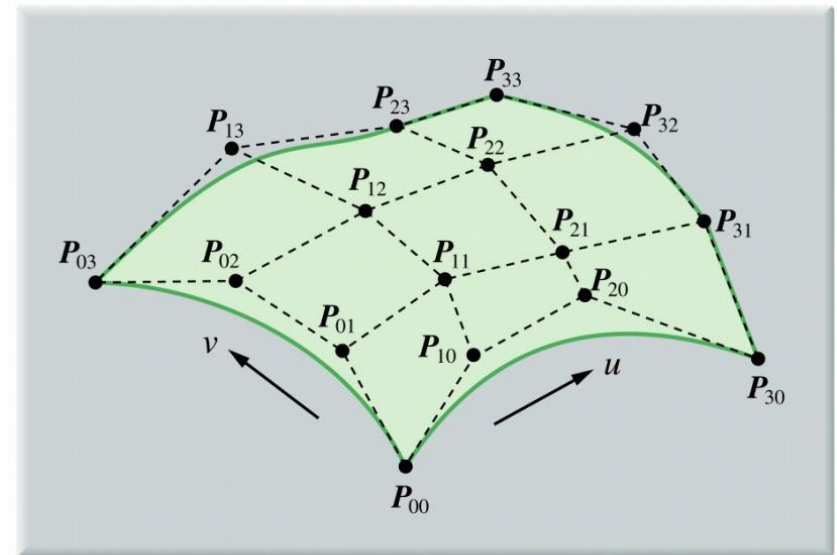


自由曲面によるモデリング



ポリゴンによるモデリング

■ 図3.37——双3次ベジエ曲面



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

©2013 Shade使い方講座

より複雑な曲面

■Bスプライン曲面

- **ノット列**により**複合曲面**を表現可能
- **2次曲面は表現できない**

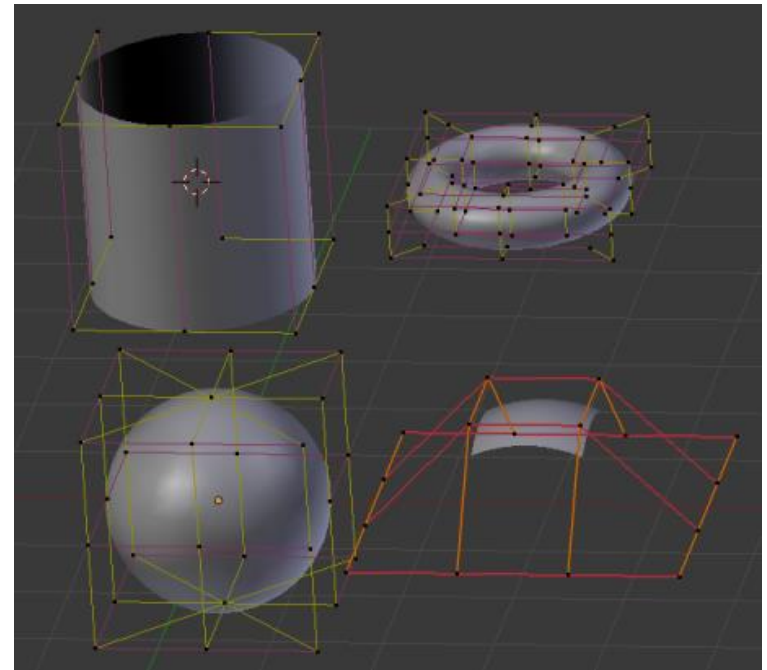
■有理ベジエ曲面

- **制御点の重み**により**2次曲面**を表現可能
- **複合曲面は表現できない**

NURBS曲面

■ 2次曲面，複合曲面を表現可能

- 制御点
- **制御点の重み**
- **ノット列**
- 数学的に正確な自由曲面
- 自動車や航空機の形状に利用
- CADで特に使われている



NURBS曲面

© Blender Foundation

次回

■モデリング技法2 ～形状表現の様々な応用～

■図3.39——細分割曲面で作られたキャラクタ 3ds maxによる制作例



(協力: ディスクリード)
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

■図3.45——詳細度制御の例



[a] 69,451個の三角形からなるオリジナルのポリゴン曲面 [b] およそ1,000個の三角形からなる簡単化したポリゴン曲面 [c] およそ100個の三角形からなる簡単化したポリゴン曲面

(Michael and P. S. Heckbert, Proceedings of ACM SIGGRAPH 1997 p.215 ©1997 ACM, Inc. Reprinted by permission.)
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

■図3.57——中点変位法による山岳形状の生成



(提供: 北陸先端科学技術大学院大学宮田研究室)
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

■図3.62——メタボールで表現した雲



(提供: 東京大学 長田研究室, 1996)
「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)